بسم الله الرحمن الرحیم مزایای یک جلسه ۹

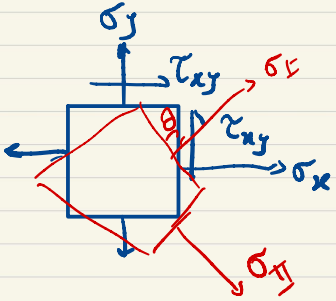
۳-۲ - معیارهای عدم توفیق قطعه در بارگذاری (Failure). (معیار شکست)
تا اینجا ما توانستیم رفتار قطعه را در بارگذاری یک بعدی پیش بینی کنیم (نمودار تنش و کرنش) حال می‌خواهیم رفتار مواد را در بارگذاری دو یا سه بعدی نیز پیش بینی کنیم. برای این موضوع احتیاج است که ارتباطی بین بارگذاری چند بعدی و بارگذاری یک بعدی بوجود آوریم. لذا معیارهای عدم توفیق قطعه در بارگذاری بوجود آمده است.

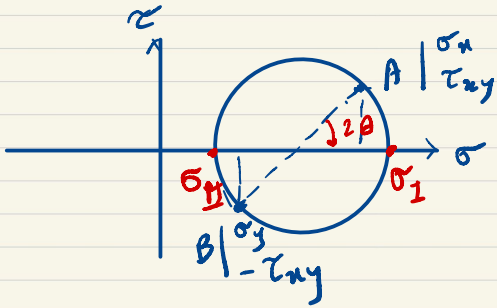
۱- معیار حداکثر تنش نرمال:

در یک قطعه تحت بارگذاری مختلف، تسلیم وقتی اتفاق می‌افتد که ماکزیمم تنش نرمال برابر با تنش نرمال در آزمایش کشش ساده (در هنگام تسلیم) شود.

مرز تسلیم $\sigma_z < \sigma_y < \sigma_x \rightsquigarrow \sigma_x = S_y$

$\sigma_x \leq S_y \longrightarrow$ تسلیم رخ نمی‌دهد.





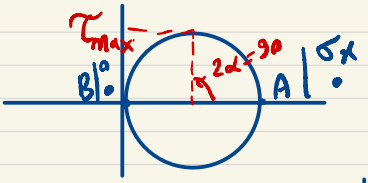
$\sigma_I \leq S_y$

۲- معیار حداکثر تنش برشی (معیار تریسکا):

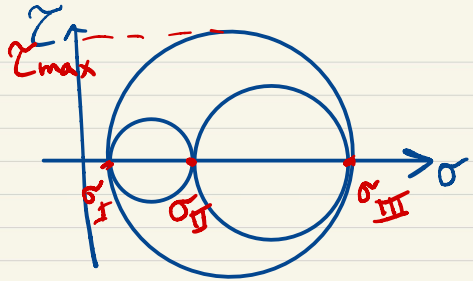
وقتی دیدند که تغییر شکل پلاستیک در اثر تاثیر نیروی برشی بر روی نابجایی ها می باشد معیار جدیدی براساس تنش برشی معرفی کردند.

وقتی ماکزیمم تنش برشی بوجود آمده در نقطه با تنش برشی در آزمایش کشش ساده (در هنگام تسلیم) برابر شود آنگاه نقطه تسلیم می شود.

آزمایش کشش ساده:



$$\tau_{max} = \frac{S_y}{2}$$



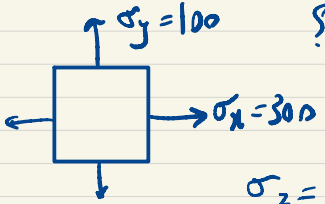
$$\sigma_I < \sigma_{II} < \sigma_{III}$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{III} - \sigma_I}{2}$$

معیار ترسکا

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \leq \frac{S_y}{2}$$

مثال: در شکل زیر از نظر معیار ترسکا آیا قطعه تسلیم می‌شود؟

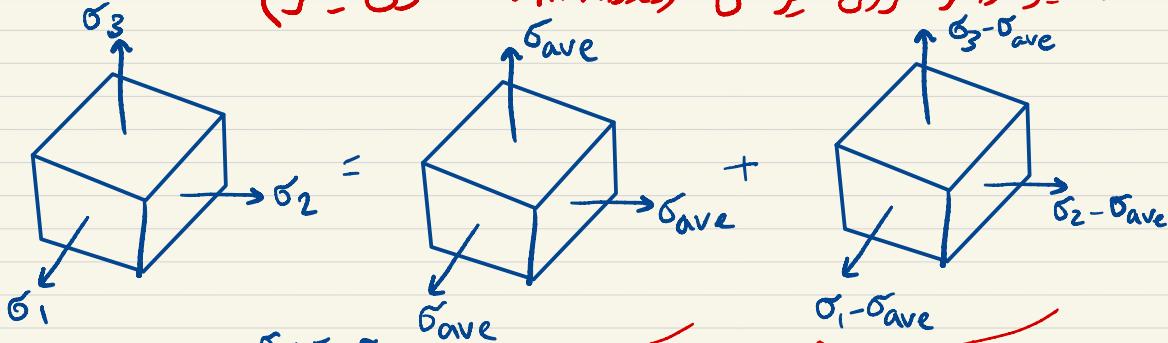


$S_y = 250$

$\sigma_z = 0$

$$\tau_{max} = \frac{300 - 0}{2} = 150 > \frac{S_y}{2}$$

3- معیار حداکثر انرژی تغییر شکل (فون میسز von-misses)



$$\sigma_{ave} = \frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3}$$

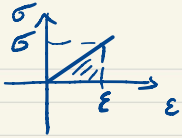
تغییر حجم (بدون تغییر شکل)

تغییر شکل (بدون تغییر حجم)

در بارگذاری سه بعدی وقتی انرژی تغییر شکل جسم برابر با انرژی تغییر شکل آزمایش کششی ساده (در هنگام تسلیم) شود قطعه تسلیم می‌شود.

$$U = \int \sigma . d\varepsilon = \tfrac{1}{2}\sigma\varepsilon$$

کلیتم :



کل انرژی برابر $U = \frac{1}{2}(\sigma_1\varepsilon_1 + \sigma_2\varepsilon_2 + \sigma_3\varepsilon_3)$

از طرفی

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \nu(\sigma_2+\sigma_3)\right]$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \nu(\sigma_1+\sigma_3)\right]$$
$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \nu(\sigma_2+\sigma_1)\right]$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2+\sigma_1\sigma_3+\sigma_2\sigma_3)\right]$$

$U = U_V + U_d$ ← تغییر شکل ، تغییر حجم ⟶ $U_d = U - U_V$

$$U_V = 3 \times \frac{1}{2} \sigma_{ave}^2 (1-2\nu) = \frac{1-2\nu}{6E} \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_1\sigma_3 + 2\sigma_2\sigma_3\right]$$

تغییر شکل

$$U_d = \frac{1+\nu}{3E} \left[\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2}{2} \right] \quad (A)$$

آزمایش کشش ساده:

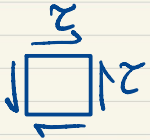
$$\sigma_1 = S_y \ , \ \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$U_d = \frac{1+\nu}{3E} S_y^2 \quad (B)$$

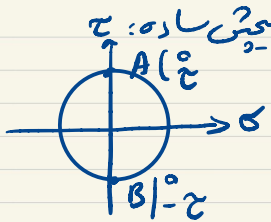
$(A) \leq (B)$

مرز ول برای تنش های اصلی

$$\left[\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2}{2} \right]^{1/2} \leq S_y$$



آزمایش پیچش ساده:



$\sigma_I = -\tau$, $\sigma_{II} = \tau$, $\sigma_{III} = 0$

$$\frac{4\tau^2 + \tau^2 + \tau^2}{2} \leq S_y^2 \longrightarrow \tau = \frac{S_y}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tau_{max} = 0.577 S_y$$

ضریب اطمینان:

$$n = \frac{\text{استحکام}}{\text{تنش موجود}}$$

معیار تنش نرمال ماکزیمم:

$$n = \frac{S_y}{\sigma_{II}} \sim \text{تنش اصلی ماکزیمم}$$

۲- معیار ترسکا (ماکزیمم تنش برشی):

$$n = \frac{S_{y/2}}{\tau_{max}} \longrightarrow \tau_{max} = \frac{S_{y/2}}{n}$$

۳- معیار فون مایزز

تنش معادل فون مایزز

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2}{2}}$$

$$n = \frac{S_y}{\bar{\sigma}} \longrightarrow \bar{\sigma} = \frac{S_y}{n}$$

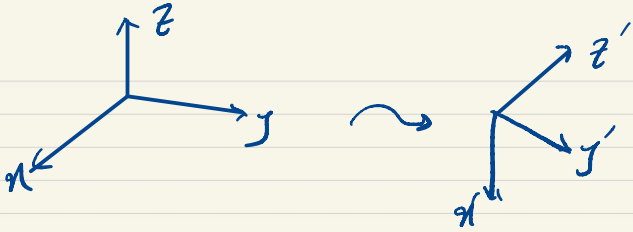
$$\bar{\sigma} = \sqrt{I_1^2 - 3I_2}$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \text{Sym} & & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \frac{\Delta V}{V} \text{ ثابت}$$

$$I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2$$

$$I_3 = \det(\sigma) - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2$$



$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{x'x'} & \sigma_{x'y'} & \sigma_{x'z'} \\ & \sigma_{y'y'} & \sigma_{y'z'} \\ \text{sym} & & \sigma_{z'z'} \end{bmatrix}$$

$$I_1 = I_1'$$

$$I_2 = I_2'$$

در حالت دو بعدی:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2}$$