بسم الله الرحمن الرحیم

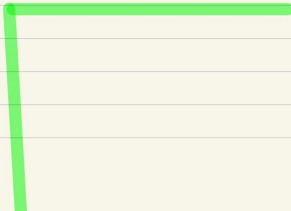
جلسه ۵

مرام یک

تخمین و تقریب مهندسی:

تخمین مهندسی: ابزارهای مهندسی

تقریب مهندسی



یادآوری ۱:

- تنش stress : نیرو بر واحد سطح

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$\sigma = \lim_{A \to 0} \frac{F}{A}$$

- استحکام Strength :

ماکزیمم تنش قابل تحمل توسط ماده را استحکام می‌گویند $(S_y \, , S_u)$

- ضریب اطمینان : بنابه دلایلی هیچ‌گاه از تمام ظرفیت استحکام ماده برای طراحی استفاده نمی‌شود.

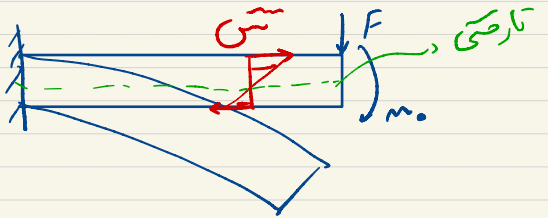
$$n = \frac{S}{\sigma} = \frac{\text{استحکام}}{\text{تنش موجود در قطعه}}$$

یا FS یا SF

دلایل عدم امتحان:

۱- به ماده امتحان ندارم

۲- به روابط امتحان ندارم.



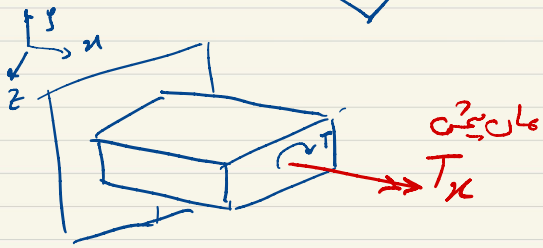
- خمش:

$\sigma = \frac{My}{I}$ ← فاصله تا تار خنثی

ممان اینرسی سطح مقطع

$I = \int y^2 dA$

I دایره $= \frac{\pi r^4}{4}$

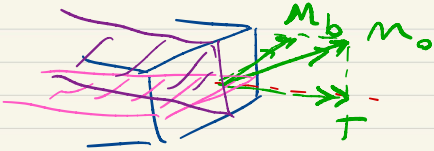


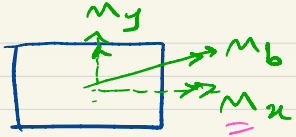
- پیچشی

$\tau = \frac{Tr}{J}$ ← فاصله تا مرکز سطح

ممان اینرسی دورانی سطح مقطع $J = \int r^2 dA$

J دایره $= \frac{\pi r^4}{2}$





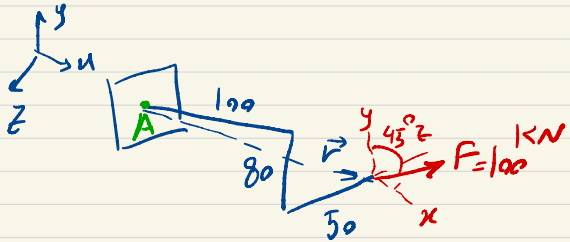
$$M_b = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

$$\sigma_1 = \frac{M_x\, y}{I_x}$$

$$\sigma_2 = \frac{M_y\, x}{I_y}$$

مثال:

تنش در نقطه A را بیابید.

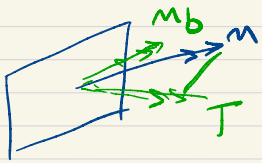


$$\vec{F} = \begin{vmatrix} 100/2 \\ 100/\sqrt{2} \\ 100/2 \end{vmatrix}$$

$$\vec{r} = \begin{vmatrix} 100 \\ -80 \\ -50 \end{vmatrix}$$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

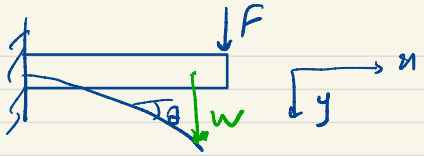
$$\vec{M} = \begin{vmatrix} 100 \\ -80 \\ -50 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \frac{100}{2} \\ 100/\sqrt{2} \\ 100/2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -80 \times \frac{100}{2} - (-50) \times \frac{100}{\sqrt{2}} \\ (-50) \times \frac{100}{2} - 100 \times \frac{100}{2} \\ \text{---} \end{vmatrix}$$



$$\vec{T} = \vec{n} \cdot \vec{M} \qquad \vec{M_b} = \vec{M} - \vec{T}$$

بردار واحد عمود بر صفحه

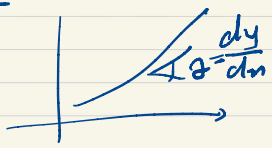
$$\vec{n} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$



خیز

w : جابجایی نقطه (خیز)

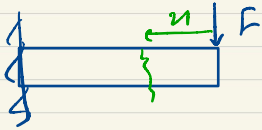
θ : شیب تیر در یک نقطه

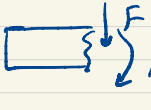


$$\frac{dw}{dx} = \theta$$ شیب

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$ ← همان منحنی در هر مقطع (لنگر داخلی)

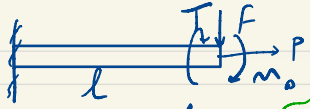
$$\frac{d^3w}{dx^3} = \frac{V}{EI}$$ ← نیروی برشی در هر مقطع (نیروی برشی داخلی)





$M_b(x) = F.x$

$V(x) = F$



روش انرژی:

انرژی تغییر شکل (کرنشی) $U = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EI} + \int_0^l \frac{k_s F^2 dx}{2EA} + \int_0^l \frac{T^2 dx}{2GJ} + \int_0^l \frac{P^2 dx}{2EA}$

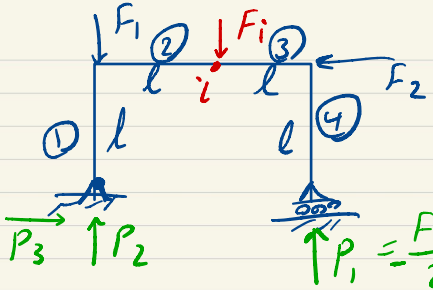
خمشی — نیروی برشی — پیچشی — محوری

$M_x = F.x + M_0$ ، $V(x) = F$ ، $T(x) = T$ ، $P(x) = P$

$$U = \int_0^l \frac{(M_0 + Fx)^2 dx}{2EI} + \frac{k_s F^2 l}{2EA} + \frac{T^2 l}{2GJ} + \frac{P^2 l}{2GA}$$

جابجایی در نقطه i: $\Delta_i = \frac{\partial U}{\partial F_i}$

F_i: نیروی اعمال شده در نقطه i



عندما $\Delta_i = ?$: المطلوب

$$U_1 = \int_0^l \frac{\left(F_2 x - F_i l - \frac{F_2}{2} x 2l\right)^2 dx}{2EI} + \int_0^l \frac{\left(F_1 + F_i - \frac{F_2}{2}\right)^2 dx}{2EA}$$

$$U_2 = \int_0^l \frac{\left(F_i x + \frac{F_2}{2}(l+x)\right)^2 dx}{2EI} + \int_0^l \text{———}$$

$$U_3 = \int \text{———}$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$$

$$\Delta_i = \frac{\partial U}{\partial F_i}\Big|_{F_i = 0}$$