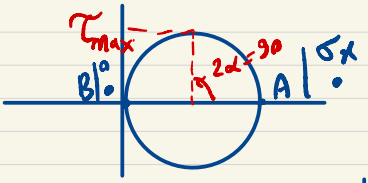
بسم الله الرحمن الرحیم　　طراحی اجزاء یک　　جلسه ۷

۲- معیار حداکثر تنش برشی (معیار تریسکا):

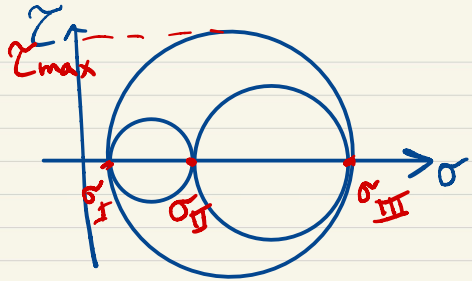
وقتی دیدند که تغییر شکل پلاستیک در اثر تاثیر نیروی برشی بر روی نابجایی ها می باشد معیار جدیدی براساس تنش برشی معرفی کردند.

وقتی ماکزیمم تنش برشی بوجود آمده در قطعه با تنش برشی در آزمایش کشش ساده (در هنگام تسلیم) برابر شود آنگاه قطعه تسلیم می شود.

آزمایش کشش ساده:



$$\tau_{max} = \frac{S_y}{2}$$



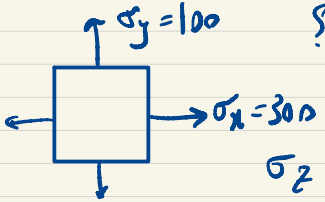
$$\sigma_I < \sigma_{II} < \sigma_{III}$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{III} - \sigma_I}{2}$$

معیار ترسکا

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \leq \frac{S_y}{2}$$

مثال: در شکل زیر از نظر معیار ترسکا آیا قطعه تسلیم می‌شود؟



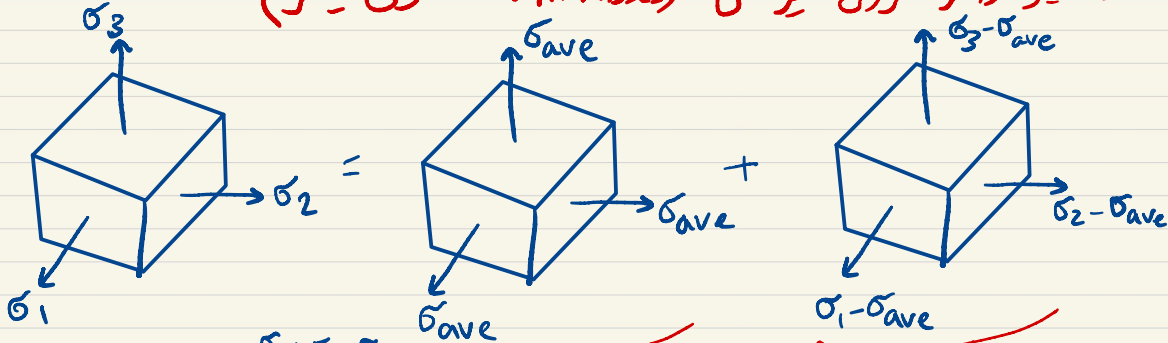
$\sigma_z = 0$

$S_y = 250$

$$\frac{300-0}{2} = 150 > \frac{250}{2}$$

تسلیم می‌شود.

3- معیار حداکثر انرژی تغییر شکل (فون میسز von-misses)



$$\sigma_{ave} = \frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3}$$

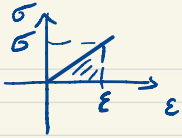
تغییر حجم (بدون تغییر شکل)

تغییر شکل (بدون تغییر حجم)

در بارگذاری سه بعدی وقتی انرژی تغییر شکل جسم برابر با انرژی تغییر شکل آزمایش کششی ساده (در هنگام تسلیم) شود قطعه تسلیم می‌شود.

$$U = \int \sigma . d\varepsilon = \tfrac{1}{2}\sigma\varepsilon$$

کلیتم :



کل انرژی برابر $U = \frac{1}{2}(\sigma_1\varepsilon_1 + \sigma_2\varepsilon_2 + \sigma_3\varepsilon_3)$

از طرفی

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \nu(\sigma_2+\sigma_3)\right]$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \nu(\sigma_1+\sigma_3)\right]$$
$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \nu(\sigma_2+\sigma_1)\right]$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2+\sigma_1\sigma_3+\sigma_2\sigma_3)\right]$$

$U = U_V + U_d$ ← تغییر شکل ، تغییر حجم ⟶ $U_d = U - U_V$

$$U_V = 3 \times \frac{1}{2} \sigma_{ave}^2 (1-2\nu) = \frac{1-2\nu}{6E} \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_1\sigma_3 + 2\sigma_2\sigma_3\right]$$

تغییر شکل

$$U_d = \frac{1+\nu}{3E} \left[\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2}{2} \right] \quad (A)$$

آزمایش کشش ساده:

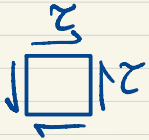
$$\sigma_1 = S_y \ , \ \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$U_d = \frac{1+\nu}{3E} S_y^2 \quad (B)$$

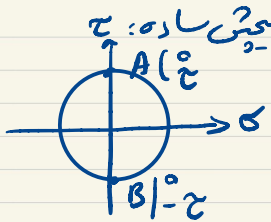
$(A) \leq (B)$

مرز ول برای تنش های اصلی

$$\left[\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2}{2} \right]^{1/2} \leq S_y$$



آزمایش پیچش ساده:



$\sigma_I = -\tau$, $\sigma_{II} = \tau$, $\sigma_{III} = 0$

$$\frac{4\tau^2 + \tau^2 + \tau^2}{2} \leq S_y^2 \longrightarrow \tau = \frac{S_y}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tau_{max} = 0.577 S_y$$

ضریب اطمینان:

$$n = \frac{\text{استحکام}}{\text{تنش موجود}}$$

معیار تنش نرمال ماکزیمم:

$$n = \frac{S_y}{\sigma_{II}} \sim \text{تنش اصلی ماکزیمم}$$

۲- معیار ترسکا (ماکزیمم تنش برشی):

$$n = \frac{S_{y/2}}{\tau_{max}} \longrightarrow \tau_{max} = \frac{S_{y/2}}{n}$$

۳- معیار فون مایزز

تنش معادل فون مایزز

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2}{2}}$$

$$n = \frac{S_y}{\bar{\sigma}} \longrightarrow \bar{\sigma} = \frac{S_y}{n}$$

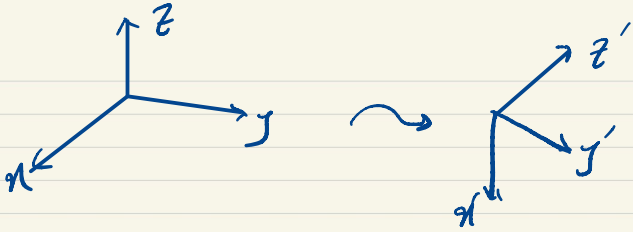
$$\bar{\sigma} = \sqrt{I_1^2 - 3I_2}$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \text{Sym} & & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2$$

$$I_3 = \det(\sigma) - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2$$



$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{x'x'} & \sigma_{x'y'} & \sigma_{x'z'} \\ & \sigma_{y'y'} & \sigma_{y'z'} \\ \text{sym} & & \sigma_{z'z'} \end{bmatrix}$$

$$I_1 = I_1'$$

$$I_2 = I_2'$$

در حالت دو بعدی:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2}$$

معیارهای شکست به زبان نمودار:

برای مواد نرم (ductile)

1- maximum shear stress theory (ترسکا)

2- maximum distortion energy theory (فون مایزز)

برای مواد ترد (brittle)

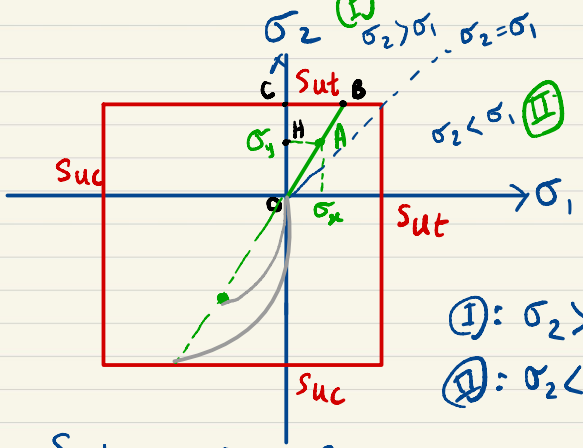
1- maximum normal stress theory

2- internal friction theory

3- modified mohr theory

① ماکزیم تنش نرمال (brittle 1)

سوا برد در فشار و کشش رفتار یکسانی از خود نشان می دهند (در فشار تحمل بیشتری دارند)



$$n = \frac{S_{ut}}{\sigma_y} = \frac{OC}{OH} = \frac{OB}{OA}$$

استحکام نهایی ماده در کشش : S_{ut}

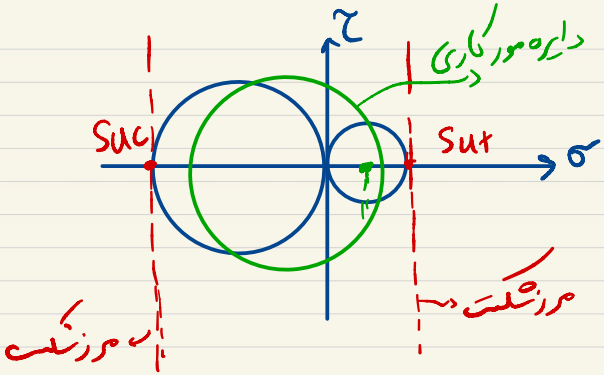
استحکام نهایی ماده در فشار : S_{uc}

$A \mid \sigma_x \; \sigma_y$

تنش ماکزیم

I: $\sigma_2 > \sigma_1 \longrightarrow \sigma_2 < S_{ut}$

II: $\sigma_2 < \sigma_1 \longrightarrow \sigma_1 < S_{ut}$



در دستگاه مختصات مور (Mohr):

هر دایره موری که در این ناحیه بیافتد تسلیم نمی‌شود.