بسم الله الرحمن الرحیم طراحی اجزاء جلسه ۴

یادآوری ۱:

- تنش Stress : نیرو بر واحد سطح

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$\sigma = \lim_{A \to 0} \frac{F}{A}$$

- استحکام Strength:

ماکزیمم تنش قابل تحمل توسط ماده را استحکام گویند (S_y , S_u)

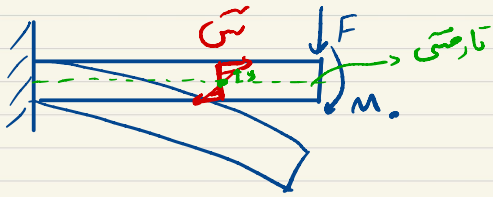
- ضریب اطمینان: بنا به دلایلی هیچگاه از تمام ظرفیت استحکام ماده برای طراحی استفاده نمی‌شود.

$$SF \text{ یا } FS \text{ یا } n = \frac{S}{\sigma} = \frac{\text{استحکام}}{\text{تنش موجود در قطعه}}$$

دلایل عدم اطمینان:

۱- به ماده اطمینان نداریم

۲- به روابط اطمینان نداریم

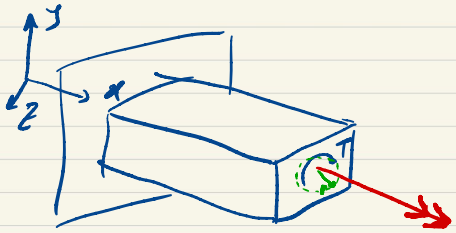


- خمش:

ناحیه تا تار خنثی $\sigma = \frac{My}{I}$

ممان اینرسی سطح مقطع $I = \int y^2 dA$

دایره $I = \frac{\pi R^4}{4}$



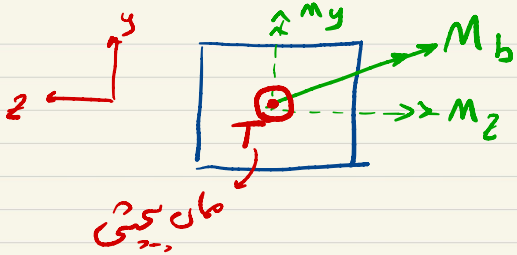
- پیچش:

ممان پیچشی T_x

ناحیه تا مرکز $\tau = \frac{Tr}{J}$

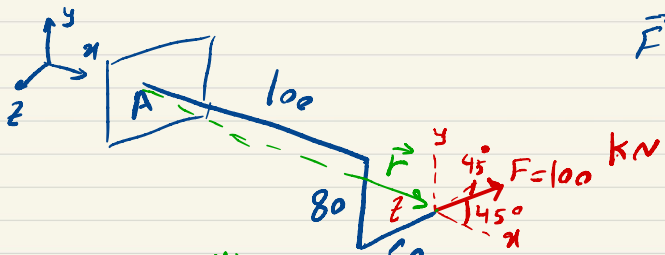
ممان اینرسی دورانی سطح مقطع $J = \int r^2 dA$

دایره $J = \frac{\pi R^4}{2}$



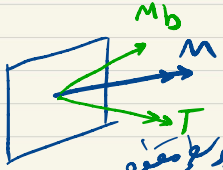
$$M_b = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$$

مثال:

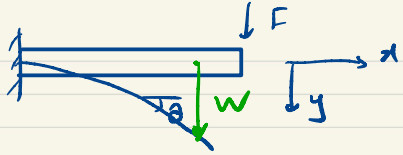


$$\vec{F} = \begin{vmatrix} 100/2 \\ 100/\sqrt{2} \\ 100/2 \end{vmatrix} \qquad \vec{r} = \begin{vmatrix} 100 \\ -80 \\ -50 \end{vmatrix}$$

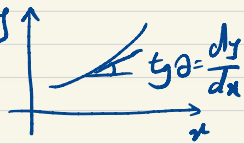
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$



$$\vec{T} = \vec{n} \cdot \vec{M} \qquad \vec{M}_b = \vec{M} - \vec{T}$$



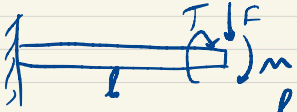
- خیز: w: جابجایی نقطه (خیز)



$\frac{dw}{dx} = \theta$ شیب

$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{M}{EI}$ ← ممان خمشی در هر مقطع

$\frac{d^3w}{dx^3} = \frac{V}{EI}$ ← نیروی برشی در هر مقطع



- روش انرژی:

انرژی تغییر شکل الاستیک: $U = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EI} + \int_0^l \frac{F^2 dx}{2EA} + \int_0^l \frac{T^2 dx}{2GJ}$

(خمشی ↑ نیروی محوری ↑ پیچشی)

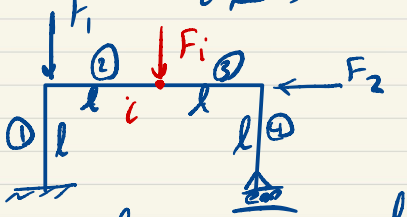
$$U = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EI} + \frac{F^2 l}{2EA} + \frac{T^2 l}{2GJ}$$

برای مثال فوق F و T در طول تیر ثابت هستند و M متغیر است.

$$\Delta_i = \frac{\partial U}{\partial F_i}$$

Δ_i جابجایی در نقطه i

F_i نیروی اعمال شده در نقطه i



مثال: $\Delta_i = ?$

$$U_1 = \int_0^l \frac{(F_2 \cdot x - F_i l)^2 dx}{2EI} + \int_0^l \frac{(F_1 + F_i)^2 dx}{2EA}$$

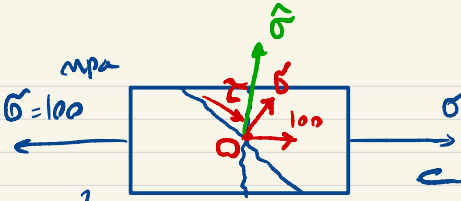
$$U_2 = \int_0^l \frac{(F_i \cdot x)^2 dx}{2EI} + \int_0^l \frac{F_2^2 dx}{2EA}$$

$$U_3 = \int_0^l \frac{F_2^2 \, dx}{2EA}$$

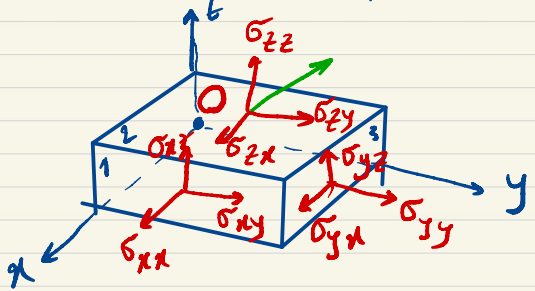
$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$\Delta_i = \left. \frac{\partial U}{\partial F_i} \right|_{F_i = 0}$$

- تانسور تنش:



$\hat{\sigma}$: بردار تنش در صفحه ی مختص شده است



تانسور تنش

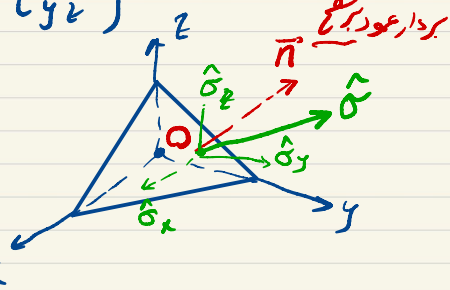
$$\sigma \equiv \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\equiv \sigma_{ij}$$

برای ساده سازی چون تنش متقارن است آن را بصورت بردار خلاصه می کنند :

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} \rightarrow \sigma_{xx}$$

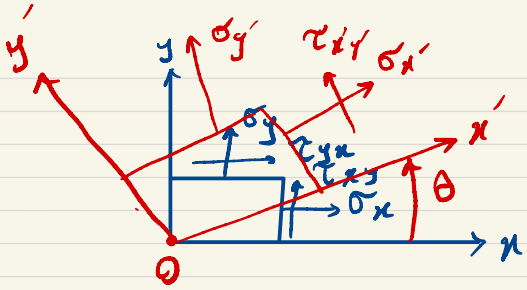
۶ مؤلفه مستقل دارد.



بردار یکه عمود بر سطح

$$\vec{n} = \begin{Bmatrix} l \\ m \\ n \end{Bmatrix}$$

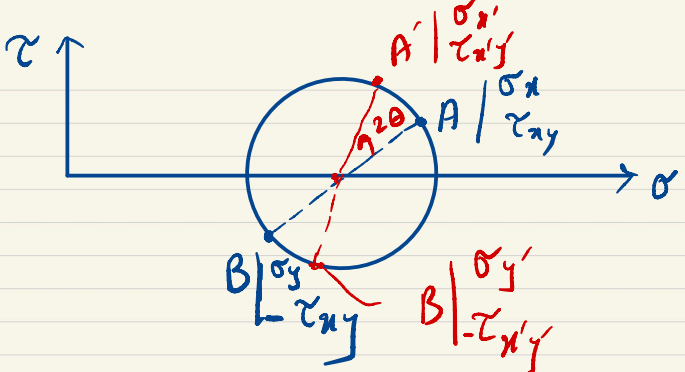
$$\begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_x \\ \hat{\sigma}_y \\ \hat{\sigma}_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ sym & & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} l \\ m \\ n \end{Bmatrix}$$



$$\sigma_{x'x'} = \frac{\sigma_{xx}+\sigma_{yy}}{2} + \frac{\sigma_{xx}-\sigma_{yy}}{2}\cos 2\theta + \sigma_{xy}\sin 2\theta$$

$$\sigma_{y'y'} = \frac{\sigma_{xx}+\sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{xx}-\sigma_{yy}}{2}\cos 2\theta - \sigma_{xy}\sin 2\theta$$

$$\sigma_{x'y'} = -\frac{\sigma_{xx}-\sigma_{yy}}{2}\sin 2\theta + \sigma_{xy}\cos 2\theta$$



مركز: $\frac{\sigma_{xx}+\sigma_{yy}}{2}$

نصف قطر: $\frac{\sigma_{xx}-\sigma_{yy}}{2}$