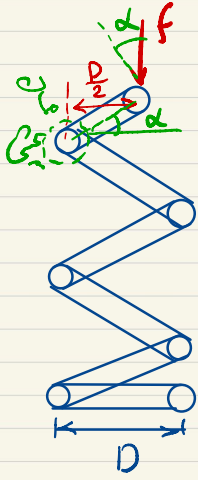
بسم الله الرحمن الرحیم

طراحی اجزاء یک

جلسه ۲۴

فنرها:



$\tau_{max} = ?$

مقطع مفتول فنر

$Q = F.\cos\alpha$

$N = F.\sin\alpha$

$M_b = F.\frac{D}{2}\sin\alpha$

$M_t = F.\frac{D}{2}.\cos\alpha$

α کوچک است بنابراین:

$Q = F$, $N = 0$

$M_t = F.\frac{D}{2}$, $M_b = 0$

$\tau_1 = \frac{T.r}{GJ}$

$\tau_2 = \frac{VQ}{AJ}$

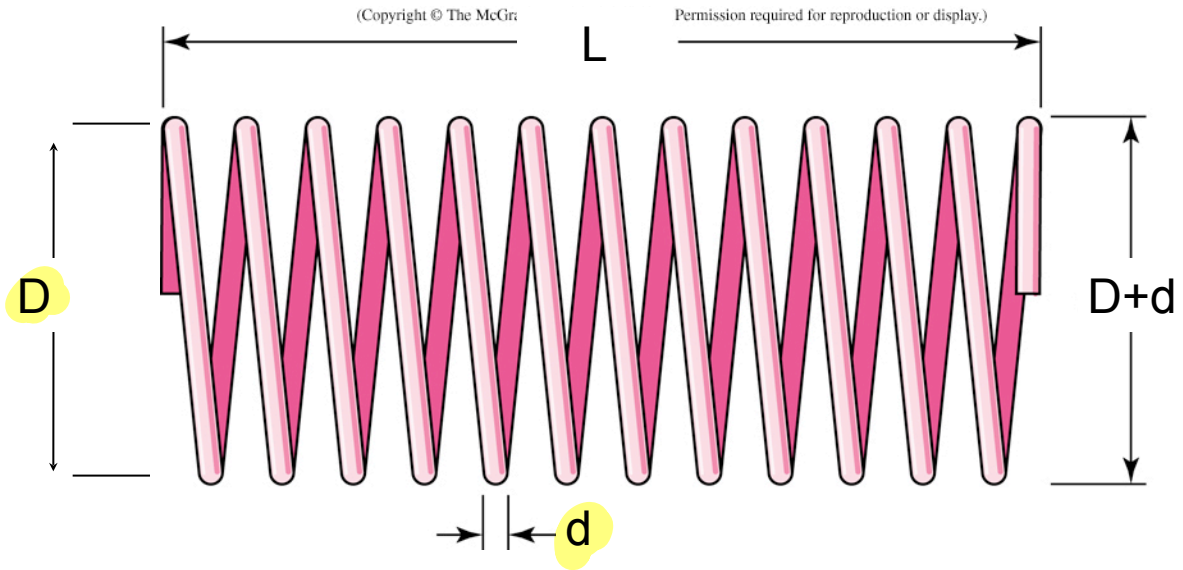
bud21932_p1019.jpg

bud21932_p1019.jpg

L_f : طول برده فنر

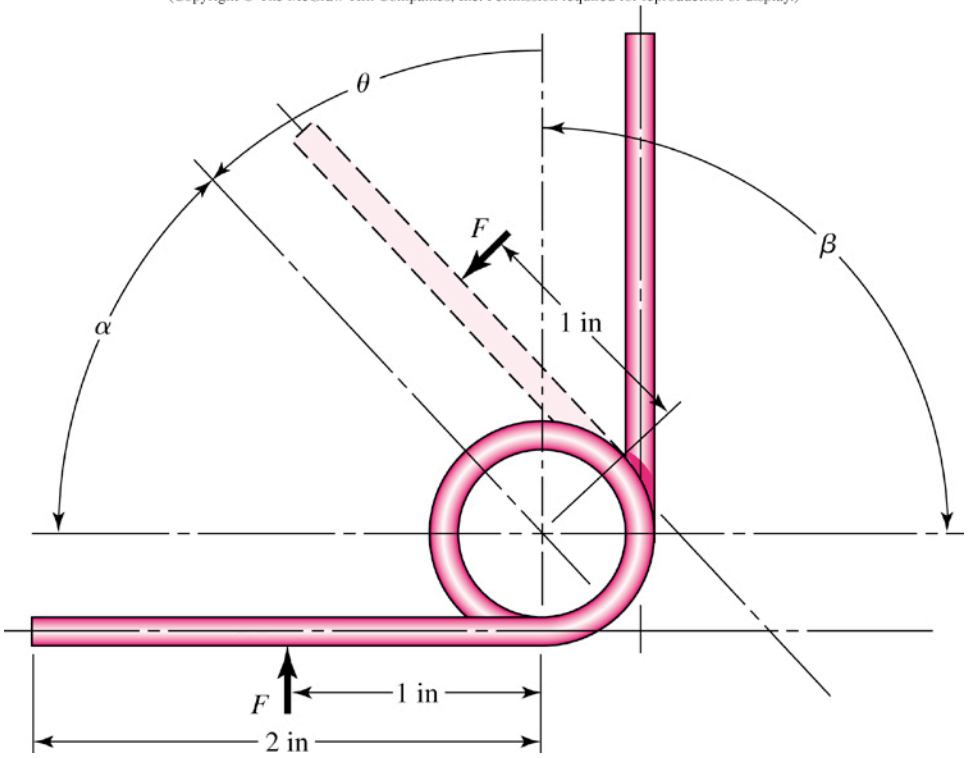
کورس فنر: $L - L_f$

N: تعداد حلقه‌ها



bud21932_1011.jpg

(Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display.)



Leaf spring

GOODYEAR
GOODYEAR
GOODYEAR
GOODYEAR
2B7

$$\tau_{max} = \frac{T.r}{J} + \frac{4}{3}\frac{Q}{A} = \frac{F.D}{\frac{\pi r^4}{2}}.r + \frac{4}{3}\frac{Q}{\pi r^2}$$

$$\tau_{max} = \frac{8FD}{\pi d^3}\left(1 + \frac{2}{3}\frac{d}{D}\right)$$

چون $\frac{d}{D} \ll 1$ (حدود 0.1 است) پس

$$\tau_{max} = \frac{8FD}{\pi d^3}$$

$C = \frac{D}{d} \geq 10$

$$\tau_{max} = K_c \cdot K_s \cdot \frac{8FD}{\pi d^3}$$

$K_s = \left(1 + \frac{2}{3C}\right)$: ضریب تصحیح نیروی برشی K_s

$K_c = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.615}{C}$: ضریب تصحیح انحنای فنر K_c

ضریب فنریت:

از روش انرژی می دانیم که انرژی ذخیره شده برای پیچش میله از رابطه زیر بدست می آید:

$$W = \frac{T^2 l}{2JG}$$

$$\frac{1}{2} F \cdot \Delta = \frac{T^2 l}{2JG}$$

l: انرژی خارجی
Δ: میزان جابجایی نیروی خارجی

$$l = \pi D \cdot N$$

N: تعداد حلقه یا های فنر

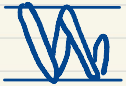
$$K = \frac{F}{\Delta} \rightsquigarrow$$

$$K = \frac{d^4 G}{8 N D^3}$$

تصحیح تعداد حلقه‌های فنر:

۱- بدون تغییر — تعداد دورها = $N - \frac{1}{2}$

۲- فقط سنگ‌خورده باشد — تعداد دورها = $N - 1$



۳- فقط تخت شده باشد — تعداد دورها = $N - 1$

۴- هم سنگ‌خورده باشد و هم تخت شده باشد — تعداد دورها = $N - 2$

جنس فنرها:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

A, m مربوط به جنس فنری باشد (جدول 10-4)

$$S_y \simeq 0.73\, S_{ut} \longrightarrow S_{sy} = 0.577\, S_y$$

جدول ۱۰-۴ ثابت‌های A و m که در فرمول (۱۰-۱۴) به کار می‌روند.

جنس سیم	ردهٔ ASTM	نمای m	قطر سیم، in	A kpsi.in	قطر سیم، mm	A MPa.mm	قیمت نسبی سیم
سیم موسیقی[1]	A228	0.145	0.004-0.256	201	0.10-6.5	2211	2.6
سیم OQ&T[2]	A229	0.187	0.020-0.500	147	0.5-12.7	1855	1.3
سیم سخت‌کشیده[3]	A227	0.190	0.028-0.500	140	0.7-12.7	1783	1.0
سیم کروم - وانادیوم[4]	A232	0.168	0.032-0.437	169	0.8-11.1	2005	3.1
سیم کروم - سیلیکون[5]	A401	0.108	0.063-0.375	202	1.6-9.5	1974	4.0
سیم فولادی زنگ‌نزن 302	A313	0.146	0.013-0.10	169	0.3-2.5	1867	7.6-11
		0.263	0.10-0.20	128	2.5-5	2065	
		0.478	0.20-0.40	90	5-10	2911	
سیم فسفر - برنز[6]	B159	0.	0.004-0.022	145	0.1-0.6	1000	8.0
		0.028	0.022-0.075	121	0.6-2	913	
		0.064	0.075-0.30	110	2-7.5	932	

۱- سطح صاف و براق، فاقد نقص‌های بلوری

۲- شامل کمی پلیسه که قبل از آبکاری باید حذف شود.

۳- سطح صاف و براق

۴- سیم تابکاری شده که می‌تواند آبدیده نیز شود.

۵- تابکاری شده تا سختی راکول C49؛ تابکاری نشده نیز می‌تواند باشد.

۶- تابکاری شدهٔ CA510

مراحل طراحی فنر فشاری (کششی):

پارامترهای لازم برای طراحی فنر D, d, N

۱- فرض‌های اولیه

حدس اولیه $C = 10$

$d = ?$ $\quad 1, 1.25, 1.5, \ldots 3, 3.5, \ldots$

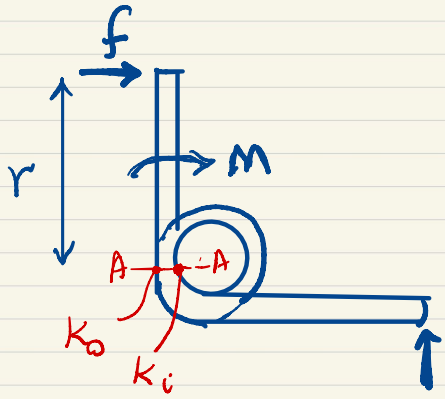
۲- با داشتن D با استفاده از رابطه تنش

$$\tau_{max} = \frac{8FD}{\pi d^3} \longrightarrow D \checkmark$$

۳- با داشتن تعداد حلقه‌ها (N) با استفاده از رابطه ضریب فنریت

$$K = \frac{d^4 G}{8ND^3} \longrightarrow N \checkmark$$

فنرهای پیچشی:



$$\sigma = \frac{Mc}{I}$$

$$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3} \cdot K_{\text{ضریب تمرکز تنش}}$$

۱- تقعر داخلی

۲- تقعر خارجی

$$K_i = \frac{4C^2 - C - 1}{4C(C-1)} \quad \text{تقعر داخلی}$$

$$K_o = \frac{4C^2 + C - 1}{4C(C+1)} \quad \text{تقعر خارجی}$$

$$K_o < K_i$$

ضریب فنریت فنر مارپیچی:

از روش انرژی داریم:

$$dw = \frac{M_b^2 dx}{2GI} \rightarrow w = \int \frac{M_b^2 dx}{2GI} = \frac{M^2 . l}{2GI}$$

انرژی خمشی

$l = \pi D . N$

تعداد حلقه‌ها

M : ممان خارجی $(F.r)$

$$\frac{1}{2} T . \theta = \frac{M^2 (\pi D . N)}{2GI}$$

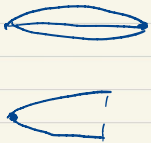
کار ممان خارجی

$(T = F.r)$

$$k = \frac{T}{\theta} \Rightarrow \boxed{k = \frac{d^4 E}{64 N D}}$$

نکته: فرکانس طبیعی در فنرها:

$$\omega_0 = \frac{A}{2}\sqrt{\frac{K}{m}}$$



مود 1: $A = 1$

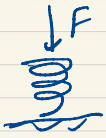
مود 2: $A = \frac{1}{2}$

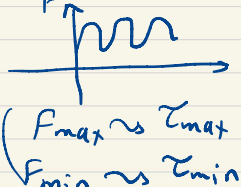
فرکانس کاری فنرها بین $\frac{1}{15}$ تا $\frac{1}{20}$ فرکانس طبیعی اول فنر باشد.

خستگی در فنرها:

الف ـ فنر فناری یا کششی:

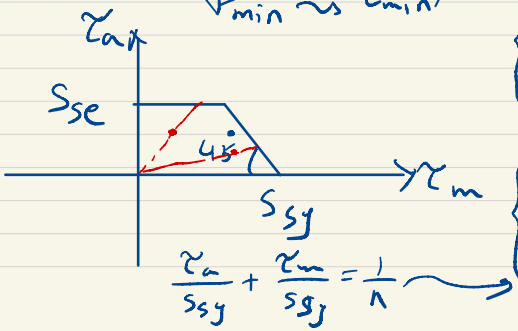
دیدیم که در فنرهای لول (فناری یا کششی) میله فنر تحت پیچش قرار دارد.





$F_a \rightsquigarrow \tau_a$

$F_m \rightsquigarrow \tau_m$

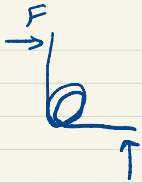


$$\begin{cases} \tau_a < S_{se} \\ \tau_{max} < S_{sy} \end{cases}$$

$$\frac{\tau_a}{S_{sy}} + \frac{\tau_m}{S_{sy}} = \frac{1}{n} \rightsquigarrow \begin{cases} FS = \dfrac{S_{se}}{\tau_a} \\ FS = \dfrac{S_{sy}}{\tau_{max}} \end{cases}$$

هرکدام کوچکتر بود.

ب - فنرهای پیچی:

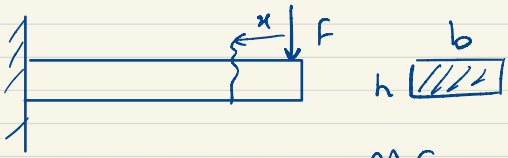


$F_a \rightsquigarrow \sigma_a$

$F_m \rightsquigarrow \sigma_m$

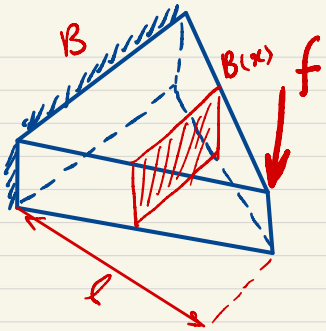
$\longrightarrow \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u} = \frac{1}{n}$ (گودی)

فنرهای تسمه‌ای (شمشی)



$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{(F.x) \cdot \frac{h}{2}}{bh^3/12}$$

همانطورکه دیده می‌شود در $x=0$ تنش صفر است و در x ماکزیمم تنش ماکزیمم می‌شود. در این حالت ماده بصورت بهینه استفاده نمی‌شود. برای برطرف کردن این مشکل تیررا بصورت مثلثی می‌سازیم:



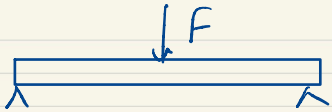
$$B(x) = \frac{B}{\ell} \cdot x$$

$$\sigma = \frac{F \cdot x \cdot \frac{h}{2}}{\frac{B \cdot x}{12\ell} \cdot h^3} = \frac{F \cdot \ell}{I_{max}} \cdot \frac{h}{2}$$

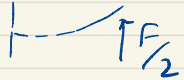
همانطورکه دیده می‌شود

مقدار تنش وابسته به x نیست (مقدار ثابت)

روش انرژی $\rightsquigarrow$ $\Delta = \frac{F\ell^3}{2EI_{max}}$



$\equiv$



$$K = \frac{32\,E\,J_{max}}{\ell s}$$