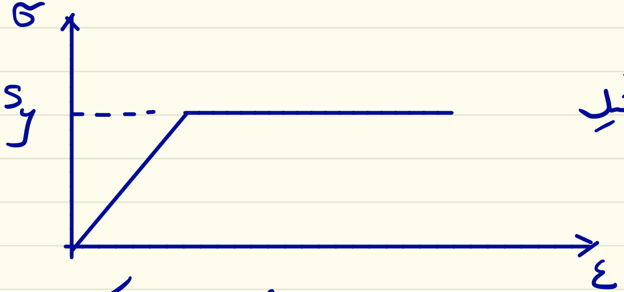
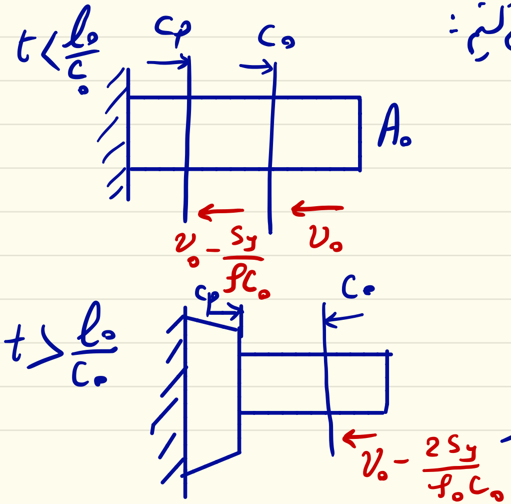
بسم الله الرحمن الرحیم   ضرب   جلسه ۲۱

۴-۵ - برخورد یک میلهٔ استوانه‌ای کامل پلاستیک با سرعت زیاد به یک مانع صلب



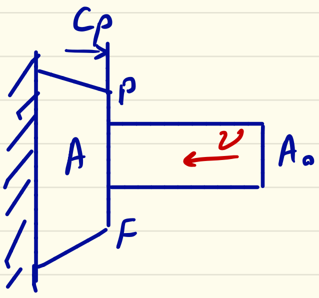
مادهٔ کامل پلاستیک

با استفاده از روش اندازه حرکت تیلور این مسأله را حل می‌کنیم:

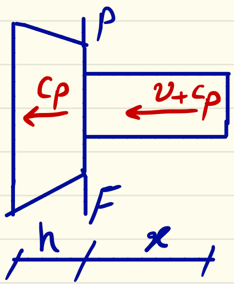


سرعت c_0 خیلی بیشتر از c_p است لذا تا رسیدن c_p به انتهای میله موج الاستیک چند بار رفت و برگشت می‌کند که باعث کم شدن سرعت میله می‌شود

اگر فرض کنیم سرعت انتهای سمت راست میله v باشد



$\equiv$



بقای جرم :

$$A_0(v+c_p) = A\,c_p \qquad \text{(a)}$$

در مقطع PF : $\sum F = \dfrac{d}{dt}(mv) \Rightarrow$

$$S_y(A-A_0) = \underbrace{\rho_0 A_0(v+c_p)}_{\text{جرم وارده بر واحد زمان}} \cdot \underbrace{\left[(v+c_p)-c_p\right]}_{\text{تغییر سرعت}}$$

$$\Rightarrow \rho_0 A_0(v+c_p)\,v = S_y(A-A_0) \qquad \text{(b)}$$

تعریف کرنش : c)

$$\varepsilon = \frac{dl_0 - dl}{dl_0} = \frac{\frac{V}{A_0} - \frac{V}{A}}{\frac{V}{A_0}} = 1 - \frac{A_0}{A}$$

(V : حجم المان)

d)

a) $\Longrightarrow \quad c_p = \dfrac{v}{A/A_0 - 1}$

b) $\longrightarrow \quad \rho_0 A_0 v\left[v + \dfrac{v}{\frac{A}{A_0} - 1}\right] = S_y\left(\dfrac{A}{A_0} - 1\right) A_0$

یا

$$\frac{\rho_0 v^2}{S_y} = \frac{(A/A_0 - 1)^2}{A/A_0} = \frac{\left(\frac{1}{1-\varepsilon} - 1\right)^2}{1/_{1-\varepsilon}} = \frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon} \qquad (5\text{-}11)$$

حال با توجه به شکل درمورد h می توان گفت:

$$\frac{dh}{dt} = c_p \qquad \text{e)}$$

$$\frac{dx}{dt} = -(v + c_p) \qquad \text{f)}$$

از طرفی برای قسمت سمت راست:

$$S_y A_0 = -\rho_0 A_0 x \frac{d}{dt}(v + c_p) = -\rho_0 A_0 x \frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{S_y}{\rho_0 x} \qquad (g)$$

$$(g), (f) \Rightarrow \frac{dx}{dv} = \frac{v + c_p}{S_y/\rho_0 x} \qquad (h)$$

از طرف دیگر با استفاده از (c) و (d) داریم:

$$c_p = \frac{v}{A/A_0 - 1} = \frac{v}{\frac{1}{1-\varepsilon} - 1} = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} v \qquad (5\text{-}12)$$

$$\xRightarrow{(h)} \frac{dx}{dv} = \frac{v \rho_0 x}{\varepsilon S_y} \quad \text{یا} \quad \frac{dx}{x} = \frac{\rho_0 v dv}{\varepsilon S_y} \qquad (i)$$

برای یافتن عبارت $v dv$، از عبارت (5-11) مشتق می‌گیریم:

$$\frac{2\rho_0 v\,dv}{S_y} = \frac{2\varepsilon-\varepsilon^2}{(1-\varepsilon)^2}\, d\varepsilon \qquad (ژ)$$

$$\Rightarrow 2\frac{dx}{x} = \frac{2-\varepsilon}{(1-\varepsilon)^2}\, d\varepsilon \qquad (k)$$

$$\Rightarrow \left[\ln x^2\right]\Big|_L^x = \left[-\ln(1-\varepsilon) - \frac{1}{1-\varepsilon}\right]\Big|_{\varepsilon_0}^{\varepsilon}$$

یا

$$\ln\left(\frac{x}{L}\right)^2 = \ln\left(\frac{1-\varepsilon_0}{1-\varepsilon}\right) + \frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{(1-\varepsilon)(1-\varepsilon_0)} \qquad (5\text{-}13)$$

که ε_0 کرنش در شروع تغییر شکل پلاستیک است. درضمن در خاتمه تغییر شکل پلاستیک $\varepsilon=0$ است. لذا طول بدون تغییر شکل نهائی X چنین خواهد بود:

$$\ln\left(\frac{X}{L}\right)^2 = \ln(1-\varepsilon_0) - \frac{\varepsilon_0}{1-\varepsilon_0} \qquad (5\text{-}14)$$

برای قسمت تغییر شکل پلاستیک یافته :

$$(e),(f) \text{ و } (5-12) \Rightarrow \frac{dh}{dx} = -\frac{c_p}{c_p+v} = 1-\varepsilon \qquad (l)$$

$$\Rightarrow \frac{h}{L} = \int_{x/L}^{1} (1-\varepsilon)\, d\left(\frac{x}{L}\right) \qquad (5-15)$$

از طرف دیگر با استفاده از رابطه (g) داریم:

$$\int dt = \int -\frac{\rho_0 x\, dv}{S_y} \qquad (m)$$

و همچنین با استفاده از (5-11) داریم:

$$v^2 = \frac{S_y \varepsilon^2}{\rho_0 (1-\varepsilon)}$$

$$\Rightarrow dv = \frac{1-\varepsilon/2}{(1-\varepsilon)^{3/2}} \sqrt{\frac{S_y}{\rho_0}}\, d\varepsilon \qquad (n)$$

$$(m),(n) \Rightarrow \int_0^t dt = -L\sqrt{\frac{\rho_0}{S_y}} \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \left(\frac{x}{L}\right) \frac{(1-\varepsilon/2)}{(1-\varepsilon)^{3/2}}\, d\varepsilon$$

$$\Rightarrow \frac{v_0 t}{L} = \frac{\varepsilon_0}{1-\varepsilon_0} \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_0} \left(\frac{x}{L}\right) \frac{(1-\varepsilon/2)}{(1-\varepsilon)^{3/2}}\, d\varepsilon \qquad (5-16)$$

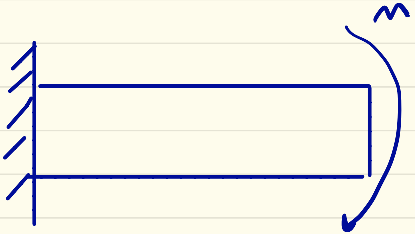
با استفاده از (5-15) و (5-16) می‌توان سیر حرکت را یافت. همچنین با استفاده از

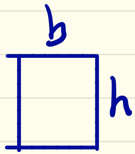
$$\frac{d}{d_0} = \sqrt{\frac{A}{A_0}} = \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon}} \qquad (5-17)$$

می‌توان روند تغییر شکل میله را نیز ترسیم کرد.

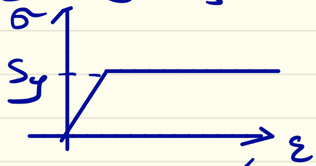
بخش ششم : تحلیل پلاستیک سازه‌های تحت بار ضربه‌ای

۱-6 - تئوری مقدماتی خمش پلاستیکی

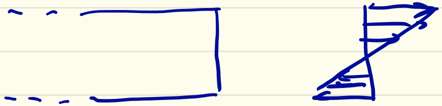




ماده را پلاستیک کامل درنظر می‌گیریم.



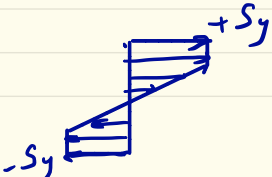
۱- وقتی کل ماده در حد الاستیک است



$$\sigma = \frac{My}{I}$$

۲- آخرین سرحد نبودن پلاستیک

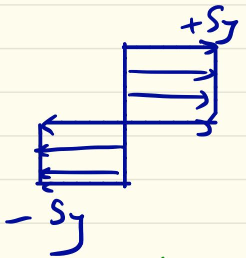
$$\sigma \big|_{y=h/2} = S_y \longrightarrow M_E = \frac{bh^2 S_y}{6}$$



۳- وقتی قسمتی از ماده دچار پلاستیک شده باشد

$$M_E < M$$

۴ـ ماکزیمم ممان خمشی قابل تحمل توسط تیر (تمام ماده دچار تنش پلاستیک شده است)



$$M_p = \frac{bh^2 S_y}{4}$$

تعریف : ضریب شکلی مقطع $= \frac{M_p}{M_E}$

برای مستطیل 1.5 ، برای دایره $16/3\pi$

وقتی M به مقدار M_p برسد دیگر تیر از انتها شروع به چرخش می‌کند

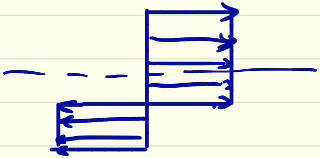
اصطلاحاً به این حالت لولای پلاستیک می‌گویند. یعنی در آن

مقطع تمام ماده به حالت پلاستیک در آمده است.

برای رفتار خمشی قطعه را صلب ـ کامل پلاستیک در نظر میگیریم یعنی تا قبل از

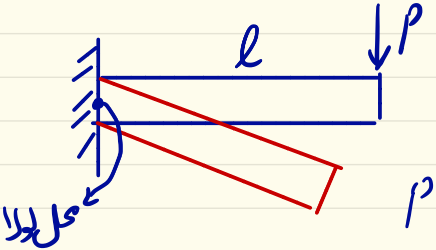
اینکه مقطع به حالت کامل پلاستیک برسد خیز تیر مجاز است.

اگر همراه با ممان خمشی M نیروی محوری F نیز وجود داشته باشد حالت کامل پلاستیک چنین خواهد شد



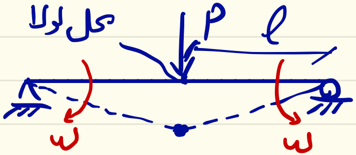
$$\left(\frac{m}{m_p}\right)^2+\left(\frac{F}{F_p}\right)^2=1 \qquad (a)$$

6-2 لولاهای پلاستیک در تیرها

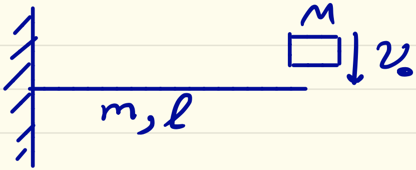


$$\underbrace{P.l\omega}_{\text{نرخ کار انجام شده توسط } P}=\underbrace{M_p.\omega}_{\text{نرخ کار پلاستیک}} \Rightarrow P=\frac{M_p}{l}$$

P : نیرویی که لولای پلاستیک بوجود می آورد.

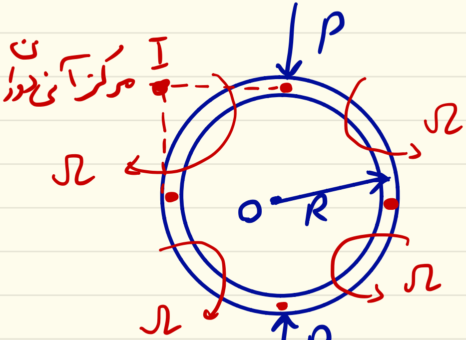


$$P.l\omega=2M_p\omega \Rightarrow P=\frac{2M_p}{l} \qquad (a)$$



$$\frac{1}{2}Mv_0^2 = m_p\frac{\Delta}{\ell} \longrightarrow \Delta = \frac{Mv_0^2\ell}{2m_p}$$ (ط)

۶-۳ـ لولاهای پلاستیکی در حلقه های دایره‌ای



① بار P با سرعت $R\Omega$ به سمت مرکز حرکت می‌کند

$$2PR\Omega = 8m_p\Omega$$

کار پلاستیک لولاها

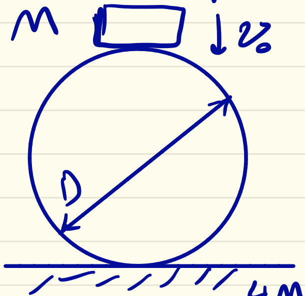
(۶-۳)

$$\Rightarrow P = 4m_p/R$$

② اگر جرم M به حلقه برخورد کند

میزان کم شدن D را با ΔD نمایش می‌دهیم.

با استفاده از (۶-۳) داریم:

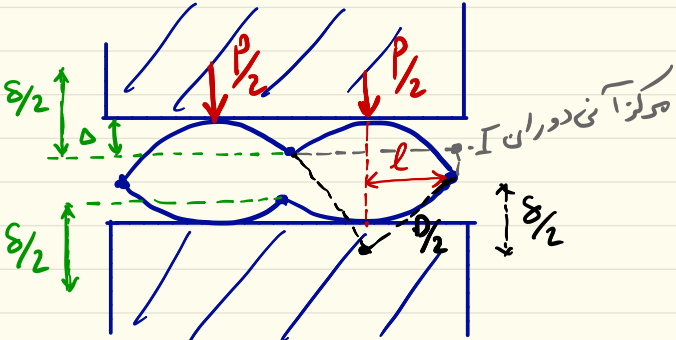


$$\frac{4m_p}{D/2}\cdot\Delta D = \frac{1}{2}Mv_0^2 \Rightarrow \Delta D = \frac{Mv_0^2 D}{16m_p}$$

(۶-۴)

درعمل دیده می‌شود که در چنین شرایطی فقط 85% انرژی وزنه جذب می‌شود و مابقی باعث برگشت وزنه می‌شود.

③ اگر حلقه توسط پرس خم شود.



برای یک چهارم حلقه داریم:

$$\frac{P}{2}\cdot \ell \cdot \Omega = 2M_p\,\Omega$$

$$\Rightarrow P = 4M_p/\ell \qquad (6\text{-}5)$$

هندسه $\ell^2 = \left(\frac{D^2}{4} - \frac{\delta^2}{4}\right)$

$$\Rightarrow \frac{P}{4M_p/R} = \frac{1}{\sqrt{1-(\delta/D)^2}} \qquad (6\text{-}6a)$$

اگر اصطکاک بین صفحه صلب و حلقه نیز وجود داشته باشد داریم:

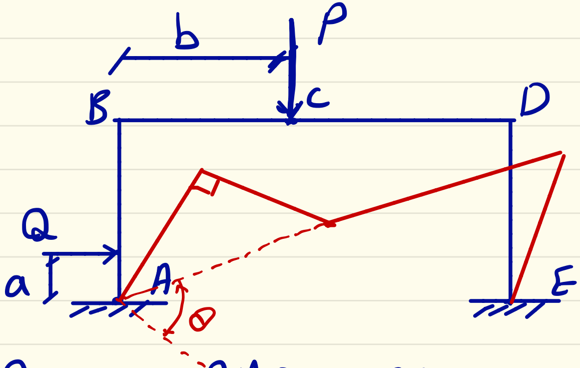
$$\frac{P}{2}\cdot \ell \cdot \Omega_t = \mu \frac{P}{2}\cdot \Delta \cdot \Omega + 2M_p\Omega$$

$$\Rightarrow \quad \frac{P}{4M_p/R} = \frac{1}{\left[1-\left(\frac{\delta}{D}\right)^2\right]^{1/2} - \mu\left(1-\cos\beta\right)} \qquad (6-6b)$$

که

$$\cos\beta = \frac{\ell}{D/2}$$

۴-۶- لولاهای پلاستیکی در قاب‌ها



اگر شکل فروریزش به گونه‌ای باشد

که نشان داده شده داریم:

لولاها: A, C, D, E

$$Q\cdot a\omega + P(AC\cdot\cos\theta)\,\omega = \underset{(A)}{\omega M_p} + \underset{(C)}{2\omega M_p} + \underset{(D)}{2\omega M_p} + \underset{(E)}{\omega M_p}$$

$$\Rightarrow Qa + Pb = 6M_p$$