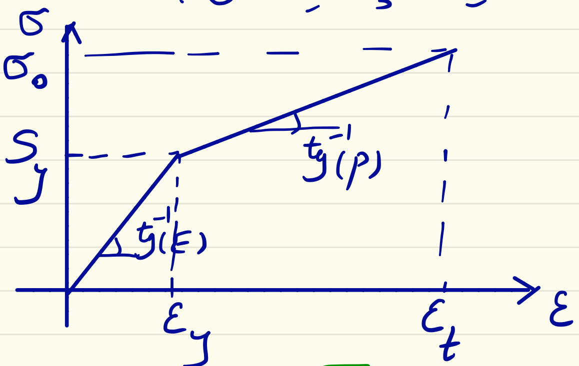
بسم الله الرحمن الرحیم　　　ضربه　　　جلسه ۱۹

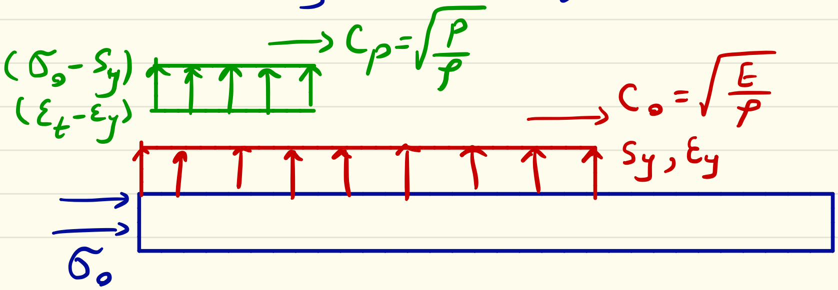
بخش پنجم: موجهای تنش الاستیک - پلاستیک در میله‌ها

۱-۵- موجهای الاستیک - پلاستیک در میله بلند و یکنواخت

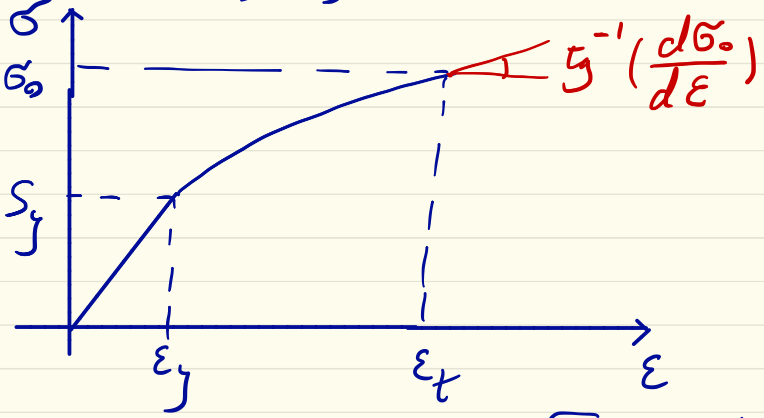
① منحنی تنش - کرنش در هر دو محدودهٔ الاستیک و پلاستیک خطی باشد.



$C_p < C_0$

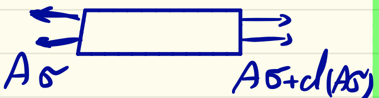


۲) منحنی تنش - کرنش در محدوده الاستیک خطی و در محدوده پلاستیک غیرخطی باشد



دوباره معادله اصلی حرکت در میله را بدست می آوریم.

$$d(A\sigma) = \rho_0 A_0 dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (a$$



اگر A ثابت باشد

$$d\sigma = \rho_0 dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (b$$

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \rho_0 \frac{dx}{d\varepsilon} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (c$$

از طرفی:

$$\varepsilon=\frac{\partial u}{\partial x} \longrightarrow \frac{d\varepsilon}{dx}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

ر d ا

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{d\sigma/d\varepsilon}{\rho_0}\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad (5-1)$$

اگر در نقطه $\sigma=\sigma_0$ سرعت انتشار موج را بخواهیم:

$$C_p=\sqrt{\frac{d\sigma_0/d\varepsilon}{\rho_0}} \qquad (5-2)$$

ک

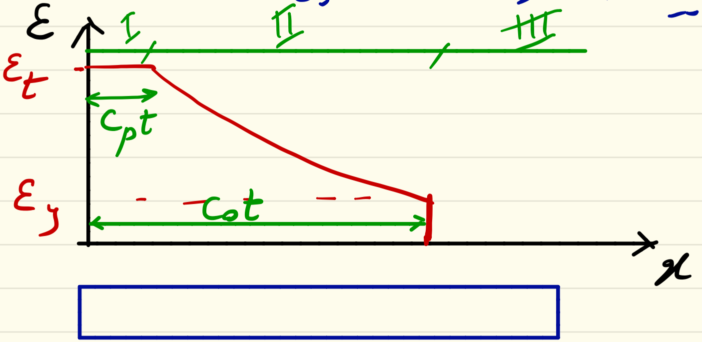
$$\frac{d\sigma_0}{d\varepsilon}=\left.\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right|_{\sigma=\sigma_0}$$

این یک رابطه کلی است. اگر $\sigma_0 < S_y$ باشد آنگاه $\frac{d\sigma_0}{d\varepsilon}=E$ لذا رابطه

$C_0=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ بوجود می‌آید، اگر منطقه پلاستیک، خطی باشد و $\sigma_0 > S_y$

یعنی $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}=P$ آنگاه $C_p=\sqrt{\frac{P}{\rho}}$

اگر قسمت پلاستیک غیرخطی با تقعر رو به پایین باشد (مانند شکل مقابل) :



$$c_p = \sqrt{\frac{d\sigma_0/d\varepsilon}{\rho_0}}$$

در زمان t داریم:

I منطقه) $0 < x < c_p t$ موج با سرعت c_p حرکت می‌کند و کرنش ε_t را بجای گذارد.

II) $c_p t < x < c_0 t$ ترکیب موج‌هایی با سرعت‌های متفاوت و توزیع کرنش بین ε_y و ε_t داریم.

III) $c_0 t < x$ منطقه جلوی پیشانی تنش الاستیک است که بدون تنش و کرنش می‌باشد.

سرعت ذرات

می‌خواهیم در راستای موج یعنی جایی که تنش به مقدار σ_0 رسیده است، سرعت ذرات را بیابیم:

زمان لازم برای انتشار موج تنش σ_0 در یک المان چنین است:

$$dt = \frac{dx}{c_p} \qquad (e)$$

$$\Rightarrow \quad dt = \frac{dx}{\sqrt{\dfrac{d\sigma_0/d\varepsilon}{\rho_0}}} \qquad (f)$$

حال به رابطه اندازه حرکت در المان بازی گردیم:

$$(\rho_0 A_0 dx)\, dv = d(A_0 \sigma_0)\, dt \qquad (g)$$

$$f, g \Rightarrow \quad dv = \frac{d\sigma_0}{\rho_0 \sqrt{\dfrac{d\sigma_0/d\varepsilon}{\rho_0}}} = \sqrt{\frac{d\sigma_0/d\varepsilon}{\rho_0}}\; d\varepsilon \qquad (h)$$

$$\boxed{v = \int_0^{\varepsilon_t} \sqrt{\frac{d\sigma/d\varepsilon}{\rho_0}}\, d\varepsilon} \qquad (5-3)$$

اگر حجم در هر دو منطقه الاستیک و پلاستیک خطی باشد:

$$v = \varepsilon_y \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} + (\varepsilon_t - \varepsilon_y)\sqrt{\frac{P}{\rho_0}}$$

یا

$$v = \varepsilon_y C_0 + (\varepsilon_t - \varepsilon_y)\, C_p \qquad (5-4)$$

سرعت بحرانی ضربه

گسیختگی وقتی در میله اتفاق می‌افتد که $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = 0$ باشد. در این حال

$$\varepsilon = \varepsilon_u \quad \text{و} \quad \sigma = S_u$$

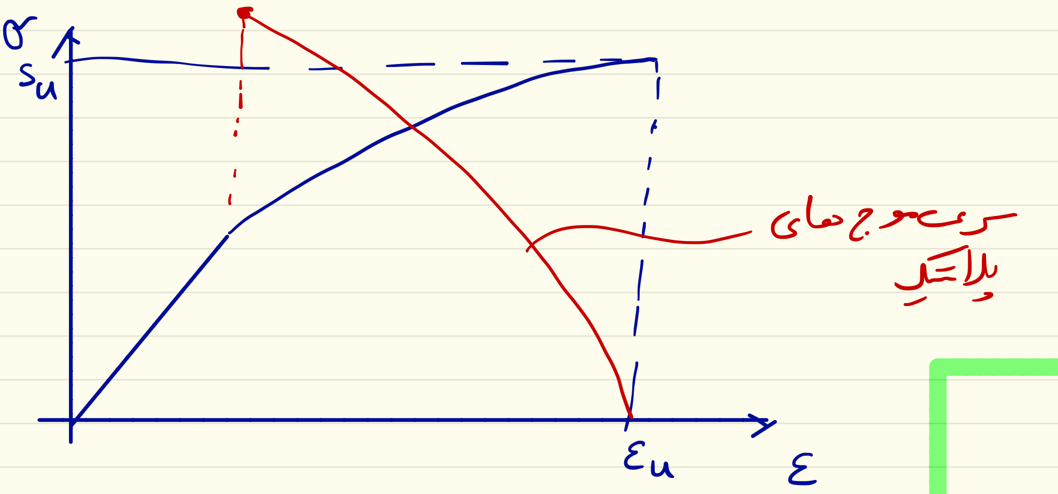
$C_p = 0$ صفر می‌شود

در این حال با توجه به رابطه (5-2) چون $\frac{d\sigma_0}{d\varepsilon} = 0$ شده است پس سرعت موج پلاستیک

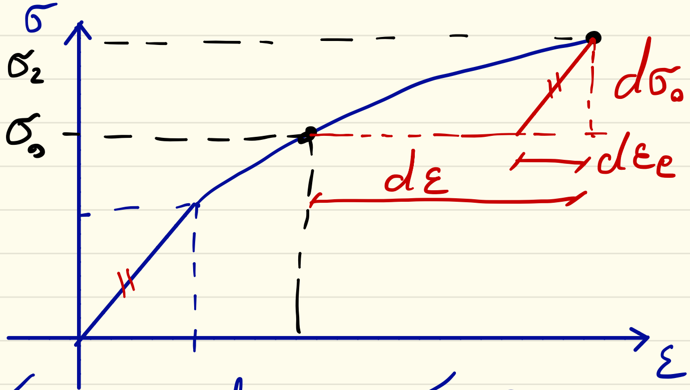
سرعت ذرات در انتهای موج چنین خواهد بود

$$v_c = \int_0^{\varepsilon_u} \sqrt{\frac{d\sigma/d\varepsilon}{\rho_0}}\, d\varepsilon$$

سرعت بحرانی ضربه



موج تنش در میله‌ای که تک تنش اولیه در محدوده پلاستیک قرار دارد



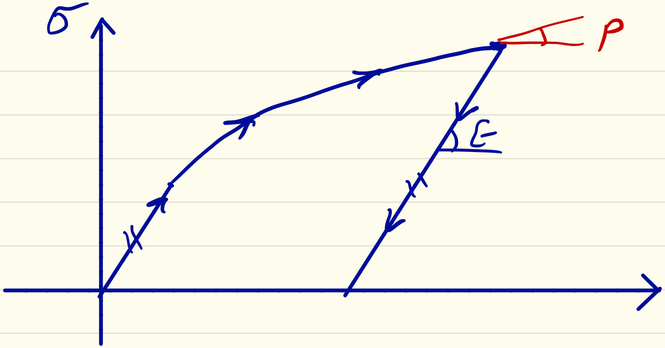
اگر موج تنش $d\sigma_0$ در جسم بوجود بیاید در آن کرنش $d\varepsilon$ ایجاد می‌شود که دو قسمت الاستیک و پلاستیک دارد:

$$d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon_p$$

در پیشرو

با سرعت c_0 شروع به حرکت می‌کند

با سرعت c_p شروع به حرکت می‌کند.



موج بی بارشدن

همانطور که می‌دانید بی‌بارشدن همیشه بصورت الاستیک است.

برای بی‌بارشدن فرض می‌کنیم که موج تنش $-\sigma_0$ از انتهای میله با سرعت C_0 شروع به حرکت می‌کند تا به موج پلاستیک برخورد کند.

مقداری از این موج منعکس می‌شود.