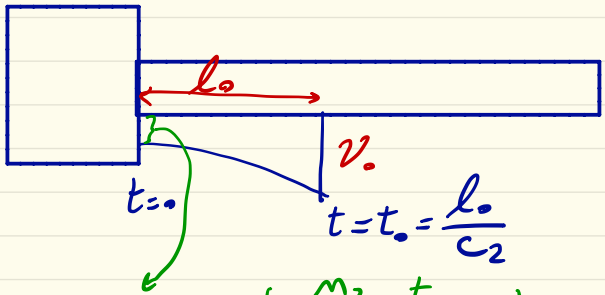
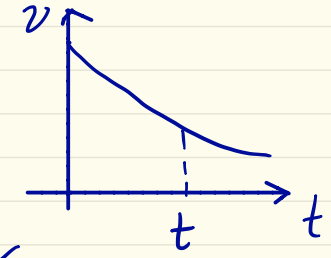
بسم الله الرحمن الرحیم ضربه جلسه ۱۲

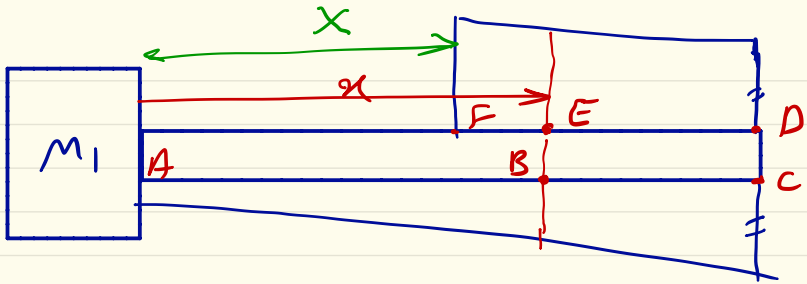
ب- توزیع انرژی در میله با فاصله زمانی $\frac{l_2}{c_2} < t < \frac{2l_2}{c_2}$





$$v = v_0 e^{\left(-\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{t}{l_2/c_2}\right)} = v_0 e^{\left(-\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{l_0/c_2}{l_2/c_2}\right)}$$

$$v = v_0 e^{\left(-\frac{m_2}{m_1}\frac{l_0}{l_2}\right)} \qquad (3_5)$$



سرعت ذرات با فاصله x از سر میله چنین خواهد بود:

$$v = v_B + v_E$$

$$v = v_0 \left[e^{\left(-\frac{m_2}{m_1}\frac{EF}{l_2}\right)} + e^{\left(-\frac{m_2}{m_1}\frac{BF}{l_2}\right)} \right] \qquad (f)$$

$$BF = (AC + DF) - AB = \left(l_2 + (l_2 - X)\right) - x$$

$$EF = x - X$$

$$v = v_0 \left[e^{\left(-\frac{m_2}{m_1}\frac{x-X}{l_2}\right)} + e^{\left(-\frac{m_2}{m_1}\left(2 - \frac{x+X}{l_2}\right)\right)} \right] \qquad (3-6)$$

$$\sigma_T = \sigma_0 \left[e^{\left(-\frac{m_2}{m_1}\frac{x-X}{l_2}\right)} - e^{\left(-\frac{m_2}{m_1}\left(2 - \frac{x+X}{l_2}\right)\right)} \right] \qquad (3-7)$$

انرژی جنبشی قسمتی از میله که بین X و l_2 می‌باشد ($X \leq x$) برابر است با:

$$K = \int_X^{l_2} \tfrac{1}{2} (A_2 \rho_2 dx) v^2 \qquad (g)$$

$$\xrightarrow{(3-6)} K = \frac{1}{4} M_1 v_0^2 \left[1 + 4\frac{m_2}{m_1} e^{\left(-\frac{2m_2}{m_1}\left(1-\frac{X}{l_2}\right)\right)} \left(1-\frac{X}{l_2}\right) - e^{\left(-4\frac{m_2}{m_1}\left(1-\frac{X}{l_2}\right)\right)} \right] \qquad (h)$$

انرژی کرنشی میله بین X و l_2 برابر می‌شود با:

$$U = \int_X^{l_2} \frac{A_2 \sigma_T^2}{2E_2} dx$$

$$\xrightarrow{(3-7)} U = \frac{1}{4} M_1 v_0^2 \left[1 - 4\frac{m_2}{m_1} e^{\left(-\frac{2m_2}{m_1}\left(1-\frac{X}{l_2}\right)\right)} \left(1-\frac{X}{l_2}\right) - e^{\left(-4\frac{m_2}{m_1}\left(1-\frac{X}{l_2}\right)\right)} \right] \qquad (j)$$

$$E_b = U + K = \frac{1}{2} m_1 v_0^2 \left[1 - e^{\left(-4\frac{m_2}{m_1}\left(1-\frac{x}{l_2}\right)\right)} \right] \qquad (k)$$

وقتی موج به ضربه‌زن می‌رسد $\frac{x}{l_2} = 0$ می‌شود. داریم:

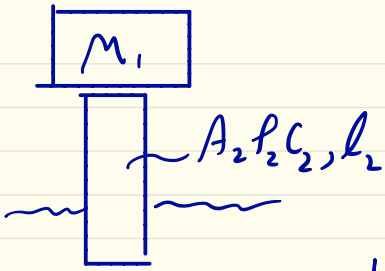
$$E_b = \frac{1}{2} m_1 v_0^2 \left[1 - e^{\left(-4\frac{m_2}{m_1}\right)} \right] \qquad (l)$$

در این زمان انرژی جنبشی خود ضربه‌زن می‌شود:

$$E_s = \frac{1}{2} m_1 v_0^2 e^{\left(-4\frac{m_2}{m_1}\right)}$$

$$E = E_s + E_b = \frac{1}{2} m_1 v_0^2$$

3-3 ـ ضعف لوب



یکی دیگر از موارد کاربرد تئوری موج تنش، ضعف لوب است.
مانند آنچه در بحث قبل گفته شد:

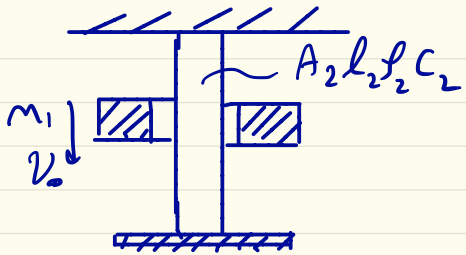
$$M_1 \frac{dv}{dt} = M_1 g - A_2 f_2 C_2 v \qquad (a)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dv}{dt} = g - \frac{M_2}{M_1} \frac{C_2}{l_2} v \qquad (b)$$

اگر v_0 سرعت وزنه در هنگام برخورد با ضعف باشد:

$$v = \frac{M_1 g l_2}{M_2 C_2} \left[1 - \left(1 - \frac{M_2}{M_1 g} \frac{C_2}{l_2} v_0 \right) e^{\left(-\frac{M_2}{M_1} \frac{t}{l_2/C_2} \right)} \right] \qquad (3-8)$$

$$\sigma = \frac{M_1 g}{A_2} \left[1 - \left(1 - \frac{M_2}{M_1 g} \frac{C_2}{l_2} v_0 \right) e^{\left(-\frac{M_2}{M_1} \frac{t}{l_2/C_2} \right)} \right] \qquad (3-9)$$



3-4 - سقوط وزنه روی صفحه انتهای یک میله

الف - روش مقاومت مصالح (با استفاده از انرژی)

اگر با سرعت برخورد وزنه با صفحه زیرین باشد داریم:

$$A_2 l_2 \cdot \frac{\sigma^2}{2E_2} = \frac{1}{2} m_1 v_0^2 \qquad (a)$$

انرژی کرنشی میله — انرژی جنبشی وزنه

$$\sigma^2 = \frac{m_1 v_0^2}{m_2/\rho_2} \qquad E_2 = \frac{m_1}{m_2} v_0^2 \cdot E_2 \rho_2 \qquad (3\text{-}10)$$

ب - روش استفاده از موج

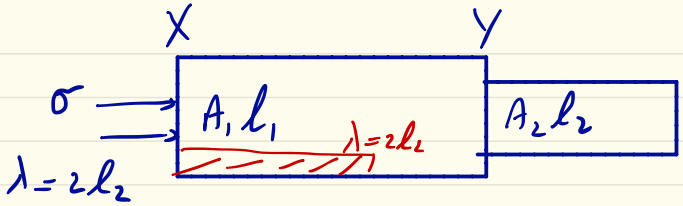
کاملا مشخص است که شکل کوب است بالین تفاوت که شکل کشی در آن وجود دارد.

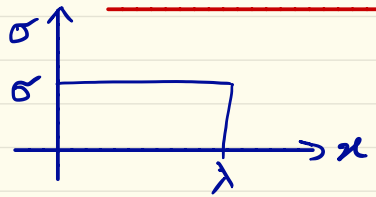
$t=0$ در (3-9) $\qquad \sigma = \rho_2 C_2 v_0 \qquad (b)$

اگر سرعت اولیه وزنه صفر باشد یعنی $v_0 = 0$، در زمان صفر روش مقاومت مصالح بیان می‌کند که تنش همواره صفر است (3-10) ولی در روش ضربه:

$$\sigma = \frac{m_1 g}{A_2}\left[1 - e^{\left(-\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{t}{l_2/c_2}\right)}\right] \qquad (C)$$

3-5 . تله اندازه حرکت





(a)

$$\text{اندازه حرکت} = 2l_2 A_1 \rho \left(\frac{\sigma}{\rho c}\right)$$

(b) در محل Y

$$\sigma_T = \frac{2A_1}{A_1+A_2}\sigma \quad , \quad \sigma_R = \frac{A_2-A_1}{A_1+A_2}\sigma$$

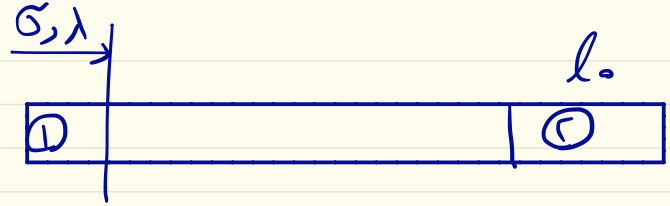
چگونگی از اندازه حرکت توسط میله انتهایی جدا می‌شود (بدام می‌افتد)

$$f = \frac{A_2 l_2 \rho \cdot 2\frac{\sigma_T}{\rho c}}{A_1 2l_2 \rho \sigma/\rho c} = \frac{A_2}{A_1}\frac{\sigma_T}{\sigma} = \frac{A_2}{A_1}\frac{2A_1}{A_2+A_1} \qquad (c)$$

$$\rightarrow f = \frac{2}{1+A_1/A_2} \qquad (f)$$

یعنی اگر $A_2 = A_1$ باشد تمام اندازه حرکت از میله جدا می‌شود.

آزمایش حلقه فشاری هاکینسون



ابتدا l_0 را کم انتخاب می‌کنیم و سپس آن را زیاد می‌کنیم. وقتی به حدی رسید که دیگر با زیاد شدن l_0 میزان اندازه حرکت آن زیاد نشد در آن نقطه

$$\lambda = 2l_0$$

و با اندازه‌گیری حرکت جسم ② می‌توان v را نیز یافت (یا با استفاده از سنسور کرنش)