بسم الله الرحمن الرحیم

2- تئوری کرنش ماکزیمم:

$X_{\varepsilon t}$ ($X_{\varepsilon c}$): ماکزیمم کرنش نرمال کششی (فشاری) در جهت یک

$Y_{\varepsilon t}$ ($Y_{\varepsilon c}$): ماکزیمم کرنش نرمال کششی (فشاری) در جهت دو

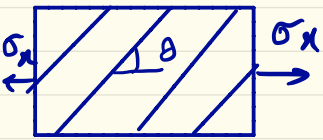
S_ε: ماکزیمم کرنش برشی در صفحه 1-2

$$\begin{cases} \varepsilon_1 < X_{\varepsilon t} \\ \varepsilon_1 > X_{\varepsilon c} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_2 < Y_{\varepsilon t} \\ \varepsilon_2 > Y_{\varepsilon c} \end{cases}$$

$$|\gamma_{12}| < S_\varepsilon$$

مثال:



$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_x \cos^2\theta \\ \sigma_2 = \sigma_x \sin^2\theta \\ \tau_{12} = -\sigma_x \sin\theta \cos\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{E_1}(\sigma_1 - \nu_{12}\sigma_2) \\ \varepsilon_2 = \frac{1}{E_2}(\sigma_2 - \nu_{12}\sigma_1) \\ \gamma_{12} = \tau_{12}/G_{12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{E_1}(\cos^2\theta - \nu_{12}\sin^2\theta)\sigma_x \\ \varepsilon_2 = \frac{1}{E_2}(\sin^2\theta - \nu_{12}\cos^2\theta)\sigma_x \\ \gamma_{12} = -\frac{1}{G_{12}}(\cos\theta \sin\theta)\sigma_x \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_{\varepsilon t} = \frac{X_t}{E_1} \\ X_{\varepsilon c} = \frac{X_c}{E_1} \end{cases} \qquad \begin{cases} Y_{\varepsilon t} = \frac{Y_t}{E_2} \\ Y_{\varepsilon c} = \frac{Y_c}{E_2} \end{cases} \qquad S_\varepsilon = \frac{S}{G_{12}}$$

$$\begin{cases} \frac{X_c}{\cos^2\theta - \nu_{12}\sin^2\theta} < \sigma_x < \frac{X_t}{\cos^2\theta - \nu_{12}\sin^2\theta} \\ \frac{Y_c}{\sin^2\theta - \nu_{12}\cos^2\theta} < \sigma_x < \frac{Y_t}{\sin^2\theta - \nu_{12}\cos^2\theta} \end{cases}$$

$$|\sigma_x| < \left| \frac{S}{\cos\theta \sin\theta} \right|$$

۳- تئوری تای-هیل Tsai-Hill

$$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2}\right) + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 \leq 1$$

۴- تئوری تای-وو Tsai-Wu

$$F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 \leq 1$$

$$F_{11} = -\frac{1}{X_t X_c} \quad , F_{22} = -\frac{1}{Y_t Y_c} \quad , F_{66} = \frac{1}{S^2}$$

$$F_1 = \frac{1}{X_t} + \frac{1}{X_c} \quad , F_2 = \frac{1}{Y_t} + \frac{1}{Y_c}$$

اگر $\tau_{12} = 0$ باشد آنگاه $F_{12} = -\frac{1}{2}(F_{11}F_{22})^{1/2}$ در غیر این صورت F_{12} برای آزمایش بدست می‌آید.

5- تئوری پوک Puck

$$\begin{cases} \frac{\sigma_1}{X} \leq 1 \\ \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 \leq 1 \end{cases}$$

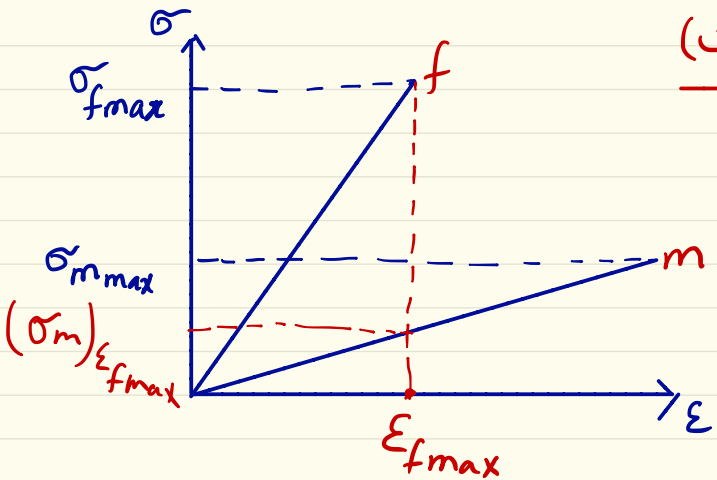
6- تئوری پاپو-اونسن Puppo- Evensen

$$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 - \phi \frac{X}{Y} \frac{\sigma_1}{X} \frac{\sigma_2}{Y} + \phi \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 \leq 1$$

$$\phi \left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 - \phi \frac{X}{Y} \frac{\sigma_1}{X} \frac{\sigma_2}{Y} + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 \geq 1$$

$$\phi = \frac{3S^2}{X_t Y_t}$$

مقاومت کششی مواد مرکب (در جهت الیاف)



σ_{fmax} : ماکزیمم تنش گسیختگی الیاف

$(\sigma_m)_{\varepsilon_{fmax}}$: تنش ماتریس در کرنش ماکزیمم الیاف

$$\sigma_{cmax} = \sigma_{fmax} v_f + (\sigma_m)_{\varepsilon_{fmax}} (1 - v_f) \quad (I)$$

$$\sigma_{cmax} \geq \sigma_{mmax} \quad (II)$$

هدف از تولید کامپوزیت

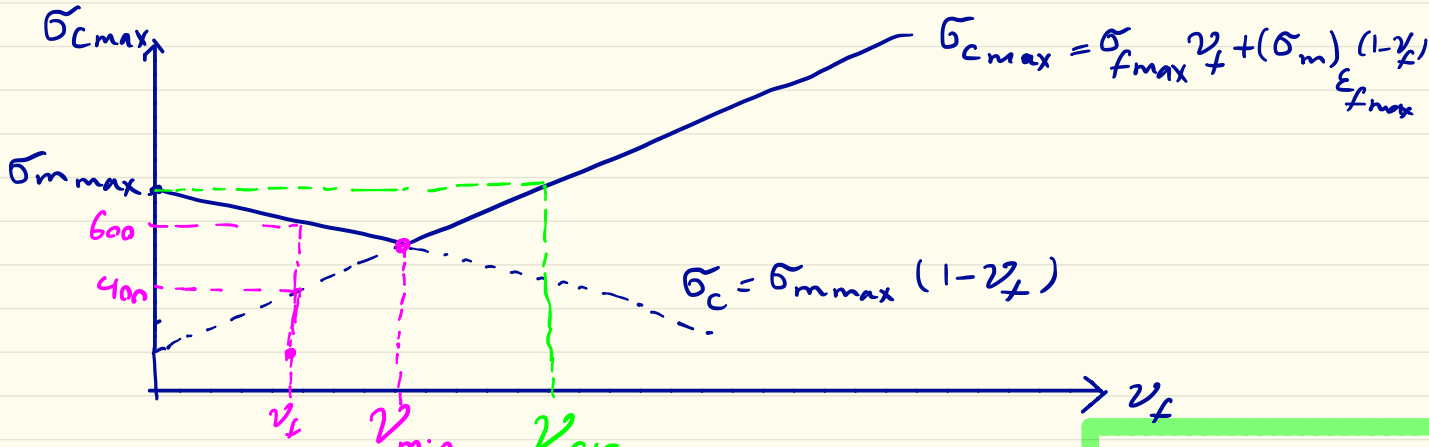
$$I = II \rightsquigarrow \sigma_{mmax} = \sigma_{fmax} v_f + (\sigma_m)_{\varepsilon_{fmax}} (1 - v_f)$$

$$v_{cr} = \frac{\sigma_{mmax} - (\sigma_m)_{\varepsilon_{fmax}}}{\sigma_{fmax} - (\sigma_m)_{\varepsilon_{fmax}}}$$

$v_f \geq v_{cr} \Rightarrow \sigma_c > \sigma_{mmax}$

اگر الیاف‌ها استحکام کامپوزیت نقشی نداشته باشند:

$$\sigma_{cmax} = \sigma_{mmax}(1-v_f)$$



$v_{min} = ?$ ⟶ $\sigma_{mmax}(1-v_f) = \sigma_{fmax} v_f + (\sigma_m)_{\varepsilon_{fmax}}(1-v_f)$

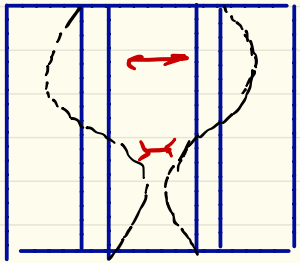
$$v_{min} = \frac{\sigma_{mmax} - (\sigma_m)_{\varepsilon_{fmax}}}{\sigma_{fmax} + \sigma_{mmax} - (\sigma_m)_{\varepsilon_{fmax}}}$$

الیاف نقشی در استحکام کامپوزیت ندارند و هدف از تولید کامپوزیت ارضا نشده است $\Rightarrow V_f \leq V_{min}$

الیاف نقشی دارند ولی هدف از تولید کامپوزیت ارضا نشده است $\Rightarrow V_{min} \leq V_f \leq V_{cr}$

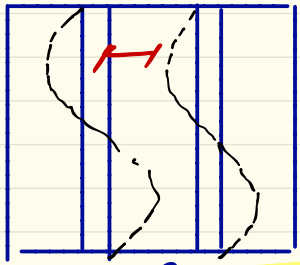
هدف از تولید کامپوزیت ایجاد شده است. $\Rightarrow V_{cr} \leq V_f$

مقاومت خمشی یک ماده مرکب (در جهت الیاف):



کمانش عرضی

ماتریس تحت کشش و فشار



کمانش برشی

ماتریس و الیاف تحت برش هستند.

کانتی عرضی :

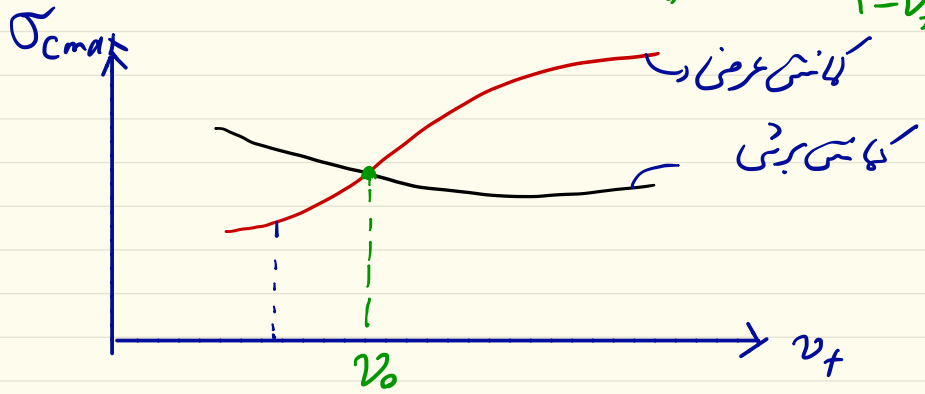
$$\sigma_{c\,max} = 2\left\{v_f + (1-v_f)\frac{E_m}{E_f}\right\}\sqrt{\frac{v_f E_m E_f}{3(1-v_f)}}$$

$$\left(\sigma_{c\,max} = 2v_f\sqrt{\frac{v_f\, 0.63\, E_m E_f}{3(1-v_f)}}\right)$$ رابطه اصلاح شده

کانتی برشی :

$$\sigma_{c\,max} = \frac{G_m}{1-v_f}$$

$$\left(\sigma_{c\,max} = 0.63\frac{G_m}{1-v_f}\right)$$



$v_f < v_0$ ⟵ عرضی

$v_f > v_0$ ⟵ برشی