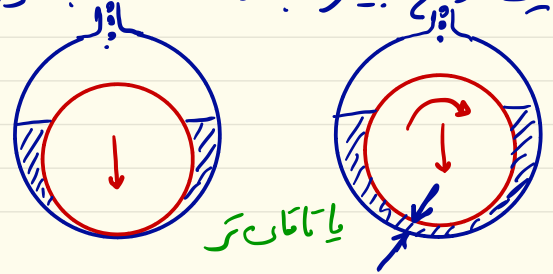
بسم الله الرحمن الرحیم — طراحی اجزاء II — جلسه ۲۶

یاتاقان‌های لغزشی

یاتاقان‌های لغزشی
- یاتاقان‌های خشک — Dry Bearing
- یاتاقان‌های تر — Hydrodynamic Bearing

در یاتاقان‌های خشک مانند شکل روبرو، وقتی شافت شروع به دوران می‌کند، مقداری بالا می‌آید تا تعادل نیرویی برقرار شود. هرچه اصطکاک بین دو سطح بیشتر باشد، شافت بالاتر می‌آید.

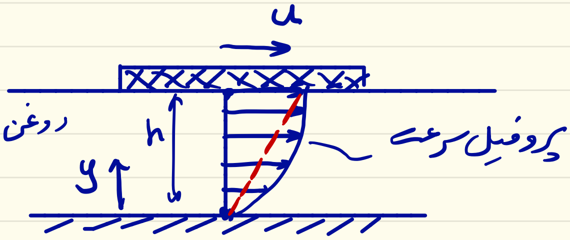


در یاتاقان تر روغنی که به شافت چسبیده است در حال دوران آ

و روغنی که به یاتاقان چسبیده است در حال سکون است. با چرخش شافت مقداری روغن می‌خواهد به همراه آن دوران کند لذا باید از مجرائی در زیر شافت عبور کند. بنابراین شافت به بالا حرکت کرده و فیلم نازکی از روغن در زیر آن تشکیل می‌شود به این پدیده (Jack up) می‌گویند.

عامل اصلی بوجود آمدن فیلم روغن چسبندگی بین مولکولهای روغن است که با لزجت روغن بیان می‌شود.

لزجت روغن (μ) با افزایش دما کاهش می‌یابد ولی در مورد گازها با افزایش دما پدیده لزجت بالاتر می‌رود. لذا برای هر دستگاه بسته به اینکه درجه دمای و شرایطی کاری کند از روغن مخصوص آن استفاده می‌شود.



$h \ll 1$ ~ پروفیل سرعت خطی است

تعریف لزجت

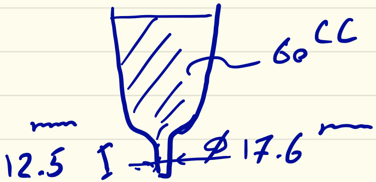
وقتی جسمی بر روی فیلمی از روغن (مایع) حرکت می‌کند

با مقدار نیروی مقاوم روبرو می‌شود (مانند قاشق عسل)

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

μ : لزجت دینامیکی (اگر μ را به چگالی تقسیم کنیم
به آن لزجت سینماتیکی می‌گویند)

لزجت تابع دما و مواد افزودنی داخل روغن است. برای اندازه گیری لزجت دستگاه‌های دینامیکی یا استاتیکی وجود دارند. یکی از دستگاه‌های استاتیکی معروف روش سی بولت (Saybolt) است.



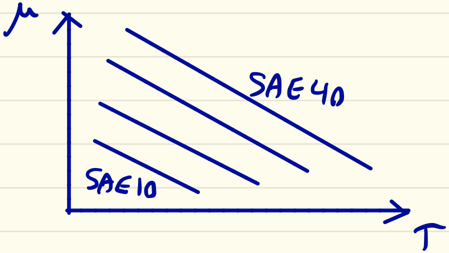
زمان تخلیه شدن روغن از یک ظرف با شکل خاص معیاری برای اندازه‌گیری لزجت می‌باشد.

$$\mu = \rho \left(0.22\,t - \frac{180}{t}\right) \times 10^{-6} \quad Pa.s$$

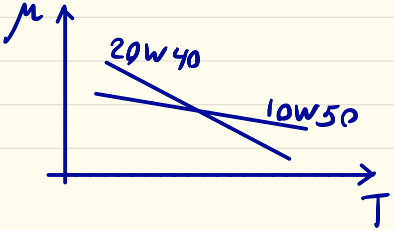
μ : چگالی روغن

t : زمان تخلیه روغن

با استفاده از رابطه فوق استانداردی برای روغن ها بوجود آمده است SAE (Society of Automobile Engineers). طبق استاندارد SAE هرچه عدد استاندارد بزرگتر شود روغن لزج‌تر می‌شود. در خودروی معمولی در تابستان روغن SAE40 و در زمستان SAE30 استفاده می‌شود.



برای سهولت استفاده از روغن، روغن های ترکیبی ساخته شده‌اند که به آنها روغن های چهار فصل نیز گفته می‌شود.

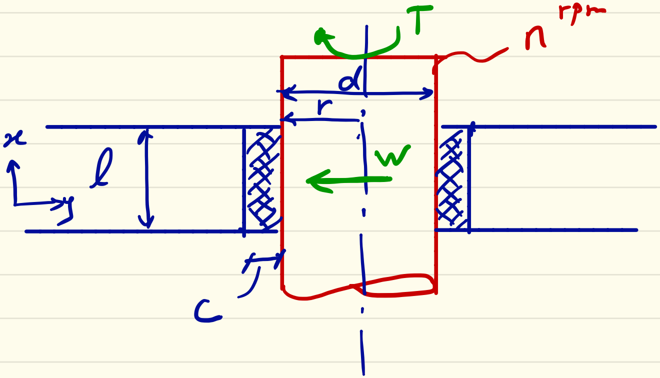


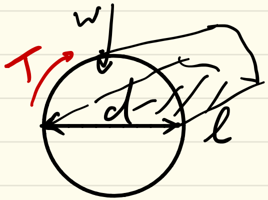
مثلاً روغن 20W40 در محدوده ی

دماهایی که روغن SAE20 تا SAE40 کار می‌کنند می‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد.
خاصیت این روغن‌ها این است که میزان تغییرات لزجت براساس تغییرات دما در آن‌ها کم است.

مدل یاتاقان پتروف (Pettroff's Bearing model)

در این مدل از چند فرض ساده‌شونده برای مدل کردن کل یاتاقان لغزشی استفاده شده است.
مثلاً فرض می‌شود در اثر بارگذاری محور شافت بدون تغییر در وسط یاتاقان باقی می‌ماند.





$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \qquad (1)$$

$$c \ll 1 \longrightarrow \frac{du}{dy} = \frac{u-0}{c-0} = \frac{u}{c} = \frac{r\omega}{c} = \frac{2\pi n r}{c} \qquad (2)$$

$$T = F.r = (A.\tau).r = 2\pi r.\ell\, \tau .r \qquad (3)$$

$$\xrightarrow{(3),(1)} T = 2\pi r\ell\left(\mu \times \frac{2\pi r n}{c}\right) r = \frac{4\pi^2 r^3 \ell \mu n}{c} \qquad (4)$$

تعریف می‌کنیم:

فشار معادل $P = \frac{W}{2r\ell}$ (5)

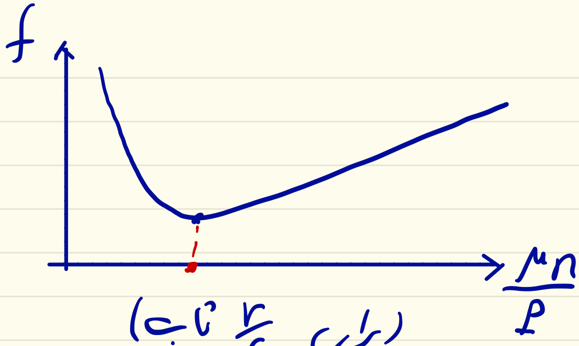
ضریب اصطکاک معادل $f = \frac{T}{W.r} = 2\pi^2 \frac{\mu n}{P} \times \frac{r}{c}$ (6)

$$\xrightarrow{(6)} f = g\left(\frac{r}{c}, \frac{\mu n}{P}\right)$$

پارامترهای بی بعد

$\frac{r}{c}$ یک پارامتر هندسی بی بعد و

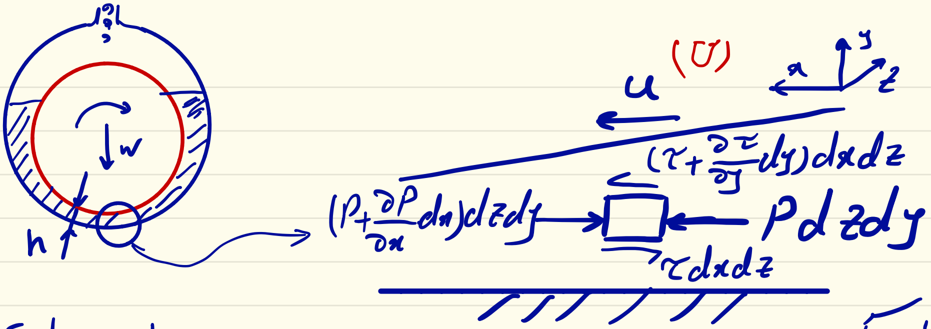
$\frac{\mu n}{P}$ پارامتر وابسته به دینامیک سیال (بی بعد) هستند.



(برای $\frac{r}{c}$ ثابت)

برای $\frac{mn}{p}$ های بزرگ رفتار f برحسب $\frac{mn}{p}$ خطی است (رابطهٔ 6) که شیب این خط وابسته به $\frac{r}{c}$ می‌باشد ($T 2\pi^2 \frac{r}{c}$)

اما با کم شدن $\frac{mn}{p}$ از حالت خطی خارج می‌شود و به عبارتی رابطه (6) دیگر برقرار نیست (یعنی با کم شدن لزجت μ، یا کم شدن دور n، یا افزایش بار اعمالی W). یعنی در این شرایط دیگر مدل پتروف قابل قبول نیست. به عبارت دیگر در این شرایط شافت به یاتاقان نزدیک می‌شود و دیگر فرض وسط بودن صادق نیست.



مدل واقعی تر

فرضیات زیر را در نظر می‌گیریم:

(h همواره در امتداد شعاع است)

۱- سیال نیوتنی است

۲- طول یاتاقان بی نهایت است (مسئله دو بعدی است)

۳- ویسکوزیته روغن یکنواخت و یکسان است

۴- در راستای عمود بر صفحه تغییرات فشار نداریم

۵- در راستای h نیز تغییرات فشار نداریم.

$$\sum F_x = 0 \qquad (7)$$

$$\Rightarrow \left(p+\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dzdy - Pdzdy + \tau dzdx - \left(\tau+\frac{d\tau}{dy}dy\right)dzdx = 0$$

$$\Rightarrow \quad \left.\begin{aligned} \frac{dp}{dx} &= \frac{\partial \tau}{\partial y} \\ \text{سیال نیوتنی} \qquad \tau &= \mu \frac{\partial u}{\partial y} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{dp}{dx} = \mu \frac{d^2 u}{dy^2} \qquad (8)$$

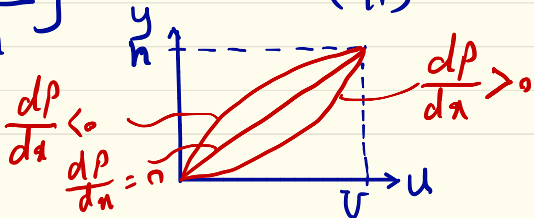
حال از رابطه فوق دو بار برحسب y انتگرال می‌گیریم:

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y^2 + C_1 y + C_2 \qquad (9)$$

$$\text{B.C.:} \quad \begin{cases} y = 0 \Rightarrow u = 0 \\ y = h \Rightarrow u = U \end{cases} \qquad (10)$$

که h فاصله بین شافت و یاتاقان می‌باشد.

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (y^2 - hy) + \frac{U}{h} y \qquad (11)$$



چون سیستم به حالت پایدار (S.S.) رسیده است پس میزان دبی عبوری از شافت و یاتاقان باید ثابت باشد

$$\text{دبی سیال}\quad Q=\int_0^h u\,dy=\frac{Uh}{2}-\frac{h^3}{12\mu}\cdot\frac{dp}{dx}\qquad(12)$$

$$\frac{dQ}{dx}=0\implies \boxed{\frac{U}{2}\cdot\frac{dh}{dx}-\frac{d}{dx}\left(\frac{h^3}{12\mu}\cdot\frac{dp}{dx}\right)=0}\qquad(13)$$

اما در حالت سه بعدی معادله فوق به صورت زیر در می آید

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h^3}{\mu}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{h^3}{\mu}\cdot\frac{\partial p}{\partial z}\right)=6U\frac{\partial h}{\partial x}}\qquad(14)$$

معادله (14) در سال 1886 توسط رینولدز به دست آمده است

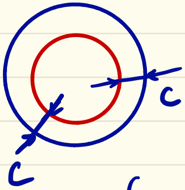
در سال ۱۹۰۴ سامرفلد (Sommerfeld) معادلهٔ (۱۴) را بصورت زیر حل کرد.

$$\frac{r}{c} f = \phi\left[\left(\frac{r}{c}\right)^2 \frac{\mu n}{p}\right] \qquad (۱۵)$$

تعریف عدد سامرفلد

$$\boxed{S = \left(\frac{r}{c}\right)^2 \frac{\mu n}{p}}$$

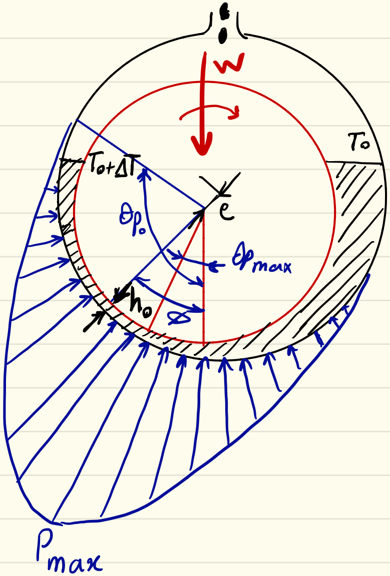
که در این روابط c فاصله یکنواخت بین شافت و یاتاقان قبل از منحرف شدن می باشد



در سال ۱۹۵۸ Raimondi & Boyd

حلی برای معادلهٔ (۱۴) بصورت تجربی (آزمایشی)

ارائه دادند.



h_0 : کمترین فاصله بین شافت و یاتاقان

$\theta_{p_{max}}$: زاویه ی نقطه فشار ماکزیمم نسبت به خط قائم

ϕ : زاویه ی نقطه کمترین ضخامت فیلم روغن

e : تغییر مکان شافت از مرکز یاتاقان

θ_{p_0} : زاویه ی نقطه شروع منحنی فشار

Q : دبی عبوری از بین شافت و یاتاقان

Q_s : دبی نشتی روغن

برای اینکه معادله ی حاکم بر حرکت یاتاقان نوشته شود احتیاج به پارامترهای

بی بعد زیر است

$$\frac{Q_s}{Q}, \quad \frac{P}{P_{max}}, \quad \frac{r}{c}f, \quad \epsilon = \frac{e}{c}, \quad \frac{h_0}{c}, \quad S = \left(\frac{r}{c}\right)^2 \frac{\mu n}{P}, \quad \frac{Q}{rcnl} \qquad (16)$$

$$\frac{h_0}{c}+\frac{e}{c}=1 \Rightarrow \frac{h_0}{c}=1-\varepsilon \qquad (17)$$

$$h_0+e=c \Rightarrow$$

حال به تحلیل حرارتی یاتاقان می‌پردازیم:

وقتی روغن از بین شافت و یاتاقان عبور می‌کند به علت وجود تنش برشی گرم می‌شود.

این حرارت به صورت های زیر خارج می‌شود:

۱ـ باعث گرم شدن روغن و بدنه یاتاقان می‌شود (وقتی به حالت پایدار S.S. رسیدیم دیگر این روش برای اتلاف حرارت وجود ندارد)

۲ـ با نشت روغن، مقداری از حرارت خارج می‌شود

۳ـ حرارت از طریق بدنهٔ یاتاقان به بیرون منتقل می‌شود.

کل حرارت ایجاد شده $H = T.\omega = W f r \times 2\pi n \qquad (18)$

اگر گرمای ویژهٔ روغن C_H بنامیم، داریم:

$$H = \underbrace{\rho C_H (Q - Q_s)\Delta T}_{\text{حرارت خارج شده از بدنه}} + \underbrace{\rho C_H Q_s \frac{\Delta T}{2}}_{\text{حرارت خارج شده از طریق نشتی}} \tag{19}$$

$$H = \rho C_H \Delta T \left(1 - \frac{1}{2}\frac{Q_s}{Q}\right) Q \tag{20}$$

حال سعی می‌کنیم این رابطه را به صورت کمیت های بی بعد بازنویسی کنیم:

$$\xrightarrow{18,19} \quad w f r \cdot 2\pi n = \rho C_H \Delta T \left(1 - \frac{1}{2}\frac{Q_s}{Q}\right) Q$$

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{2\pi n f r w}{\rho C_H \left(1 - \frac{1}{2}\frac{Q_s}{Q}\right) Q}$$

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{p}{\rho C_H} \frac{\left(\frac{r}{c} f\right) \times 4\pi}{\left(1 - \frac{1}{2}\frac{Q_s}{Q}\right) \times \frac{Q}{r c n l}} \tag{21}$$

در رابطه بالا مقدار افزایش دما (ΔT) را برحسب سه پارامتر بی‌بعد $\frac{r}{c}f$ و $\frac{Q_s}{Q}$ و $\frac{Q}{rcnl}$ نوشته شده است. برای یافتن هر یک ازای پارامترهای بی بعد باید به جدول مربوط به آنها مراجعه کنیم و مقدار آن‌ها را برحسب S بیابیم. برای کوتاه کردن این مسیر یک پارامتر جدید معرفی می‌کنیم

$$T_{var} = \frac{(\frac{r}{c}f) \times 4\pi}{(1-\frac{1}{2}\frac{Q_s}{Q}) \times \frac{Q}{rcnl}} \qquad (22)\ \text{تعریف}$$

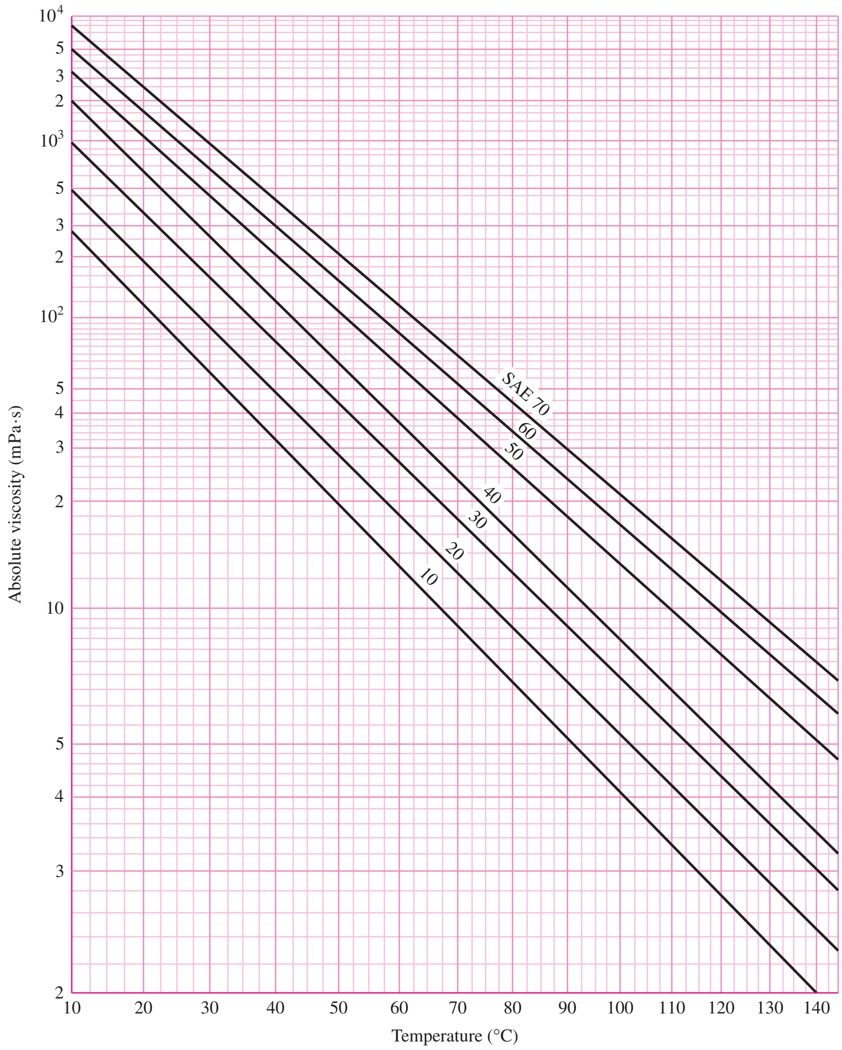
به طور متوسط گرمای ویژه‌ی روغن $C_H = 1760\ J/kg^{\circ}C$ و چگالی آن $\rho = 861\ kg/m^3$ در نظر می‌گیریم. در نتیجه داریم:

$$\Delta T = \frac{P}{\rho C_H} \times T_{var} \longrightarrow \boxed{\Delta T = \frac{P \times T_{var}}{0.12}} \qquad (23)$$

که فشار معادل P برحسب MPa است.

Figure 12–13

Viscosity–temperature chart in SI units. *(Adapted from Fig. 12–12.)*



This corresponds to point A on Fig. 12–12, which is above the SAE 30 line and indicates that the viscosity used in the analysis was too high.

For a second guess, try $\mu = 1.00\ \mu$reyn. Again we run through an analysis and this time find that $\Delta T = 30°$F. This gives an average temperature of

$$T_{av} = 180 + \frac{30}{2} = 195°\text{F}$$

and locates point B on Fig. 12–12.

If points A and B are fairly close to each other and on opposite sides of the SAE 30 line, a straight line can be drawn between them with the intersection locating the correct values of viscosity and average temperature to be used in the analysis. For this illustration, we see from the viscosity chart that they are $T_{av} = 203°$F and $\mu = 1.20\ \mu$reyn.

Figure 12–14

Chart for multiviscosity lubricants. This chart was derived from known viscosities at two points, 100 and 210°F, and the results are believed to be correct for other temperatures.

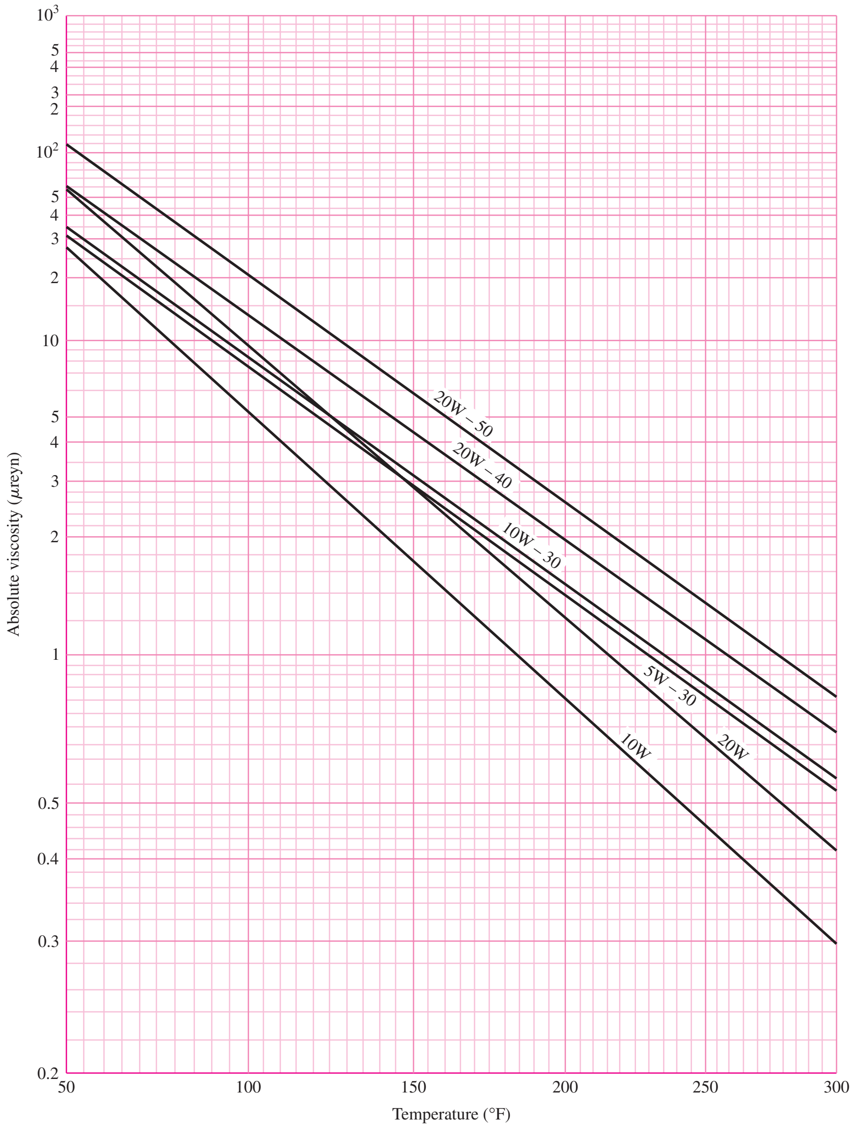


Table 12–1

Curve Fits* to Approximate the Viscosity versus Temperature Functions for SAE Grades 10 to 60

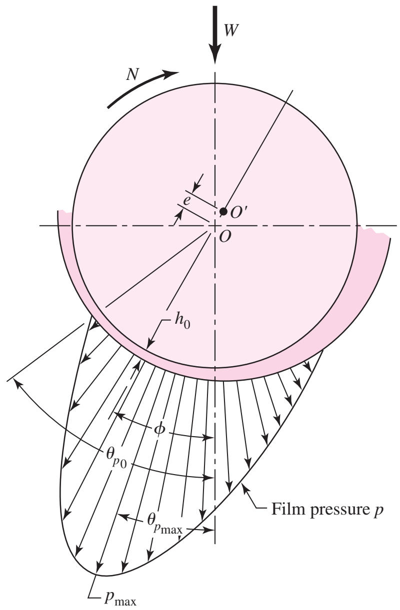
Source: A. S. Seireg and S. Dandage, "Empirical Design Procedure for the Thermodynamic Behavior of Journal Bearings," *J. Lubrication Technology,* vol. 104, April 1982, pp. 135–148.

Oil Grade, SAE	Viscosity μ_0, reyn	Constant b, °F
10	$0.0158(10^{-6})$	1157.5
20	$0.0136(10^{-6})$	1271.6
30	$0.0141(10^{-6})$	1360.0
40	$0.0121(10^{-6})$	1474.4
50	$0.0170(10^{-6})$	1509.6
60	$0.0187(10^{-6})$	1564.0

*$\mu = \mu_0 \exp[b/(T + 95)]$, T in °F.

Figure 12–15

Polar diagram of the film–pressure distribution showing the notation used. *(Raimondi and Boyd.)*



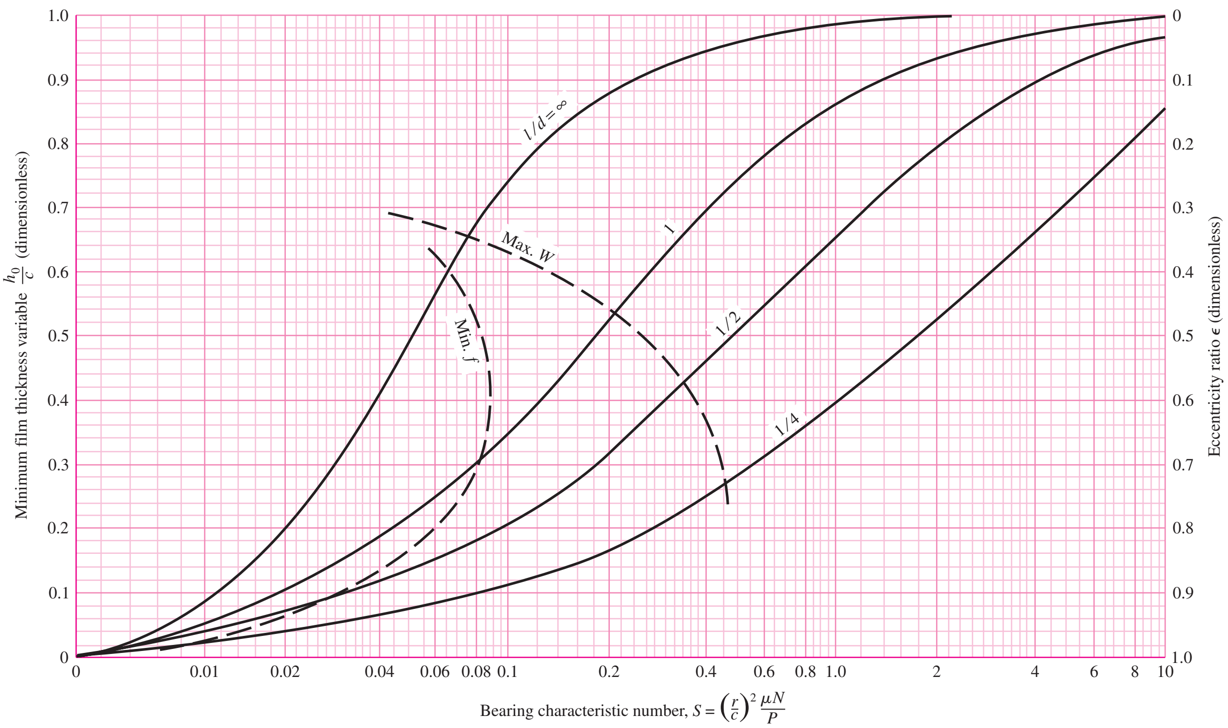
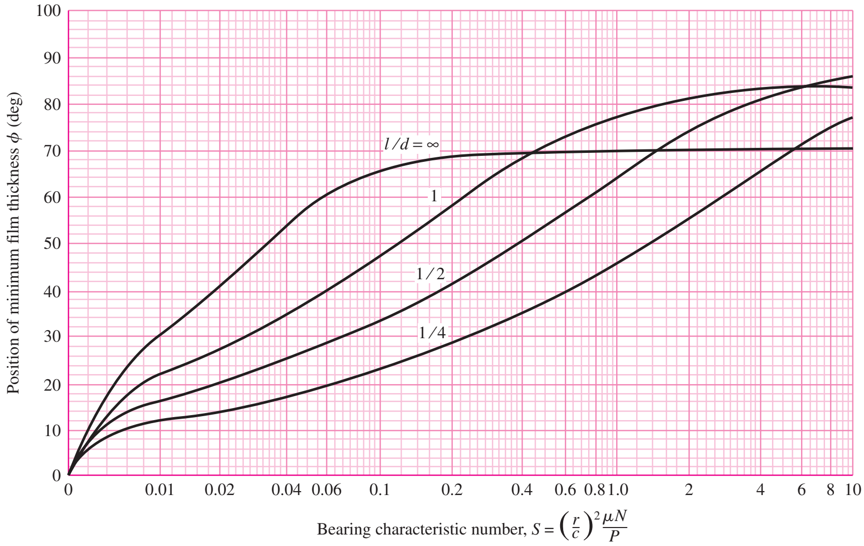


Figure 12–16

Chart for minimum film thickness variable and eccentricity ratio. The left boundary of the zone defines the optimal h_0 for minimum friction; the right boundary is optimum h_0 for load. *(Raimondi and Boyd.)*

Figure 12–17

Chart for determining the position of the minimum film thickness h_0. *(Raimondi and Boyd.)*



The remaining charts from Raimondi and Boyd relate several variables to the Sommerfeld number. These variables are

Minimum film thickness (Figs. 12–16 and 12–17)
Coefficient of friction (Fig. 12–18)
Lubricant flow (Figs. 12–19 and 12–20)
Film pressure (Figs. 12–21 and 12–22)

Figure 12–15 shows the notation used for the variables. We will describe the use of these curves in a series of four examples using the same set of given parameters.

Minimum Film Thickness

In Fig. 12–16, *the minimum film thickness* variable h_0/c and *eccentricity ratio* $\epsilon = e/c$ are plotted against the Sommerfeld number S with contours for various values of l/d. The corresponding angular position of the minimum film thickness is found in Fig. 12–17.

EXAMPLE 12–1

Determine h_0 and e using the following given parameters: $\mu = 4\ \mu$reyn, $N = 30$ rev/s, $W = 500$ lbf (bearing load), $r = 0.75$ in, $c = 0.0015$ in, and $l = 1.5$ in.

Solution

The nominal bearing pressure (in projected area of the journal) is

$$P = \frac{W}{2rl} = \frac{500}{2(0.75)1.5} = 222 \text{ psi}$$

The Sommerfeld number is, from Eq. (12–7), where $N = N_j = 30$ rev/s,

$$S = \left(\frac{r}{c}\right)^2\left(\frac{\mu N}{P}\right) = \left(\frac{0.75}{0.0015}\right)^2\left[\frac{4(10^{-6})30}{222}\right] = 0.135$$

Also, $l/d = 1.50/[2(0.75)] = 1$. Entering Fig. 12–16 with $S = 0.135$ and $l/d = 1$ gives $h_0/c = 0.42$ and $\epsilon = 0.58$. The quantity h_0/c is called the *minimum film thickness* *variable*. Since $c = 0.0015$ in, the minimum film thickness h_0 is

$$h_0 = 0.42(0.0015) = 0.000\,63 \text{ in}$$

We can find the angular location ϕ of the minimum film thickness from the chart of Fig. 12–17. Entering with $S = 0.135$ and $l/d = 1$ gives $\phi = 53°$.

The eccentricity ratio is $\epsilon = e/c = 0.58$. This means the eccentricity e is

$$e = 0.58(0.0015) = 0.000\,87 \text{ in}$$

Note that if the journal is centered in the bushing, $e = 0$ and $h_0 = c$, corresponding to a very light (zero) load. Since $e = 0$, $\epsilon = 0$. As the load is increased the journal displaces downward; the limiting position is reached when $h_0 = 0$ and $e = c$, that is, when the journal touches the bushing. For this condition the eccentricity ratio is unity. Since $h_0 = c - e$, dividing both sides by c, we have

$$\frac{h_0}{c} = 1 - \epsilon$$

Design optima are sometimes *maximum load,* which is a load-carrying characteristic of the bearing, and sometimes *minimum parasitic power loss* or *minimum coefficient of friction*. Dashed lines appear on Fig. 12–16 for maximum load and minimum coefficient of friction, so you can easily favor one of maximum load or minimum coefficient of friction, but not both. The zone between the two dashed-line contours might be considered a desirable location for a design point.

Coefficient of Friction

The friction chart, Fig. 12–18, has the *friction variable* $(r/c)f$ plotted against Sommerfeld number S with contours for various values of the l/d ratio.

EXAMPLE 12–2

Using the parameters given in Ex. 12–1, determine the coefficient of friction, the torque to overcome friction, and the power loss to friction.

Solution

We enter Fig. 12–18 with $S = 0.135$ and $l/d = 1$ and find $(r/c)f = 3.50$. The coefficient of friction f is

$$f = 3.50\, c/r = 3.50(0.0015/0.75) = 0.0070$$

The friction torque on the journal is

$$T = fWr = 0.007(500)0.75 = 2.62 \text{ lbf} \cdot \text{in}$$

The power loss in horsepower is

$$(hp)_{\text{loss}} = \frac{TN}{1050} = \frac{2.62(30)}{1050} = 0.075 \text{ hp}$$

or, expressed in Btu/s,

$$H = \frac{2\pi TN}{778(12)} = \frac{2\pi(2.62)30}{778(12)} = 0.0529 \text{ Btu/s}$$

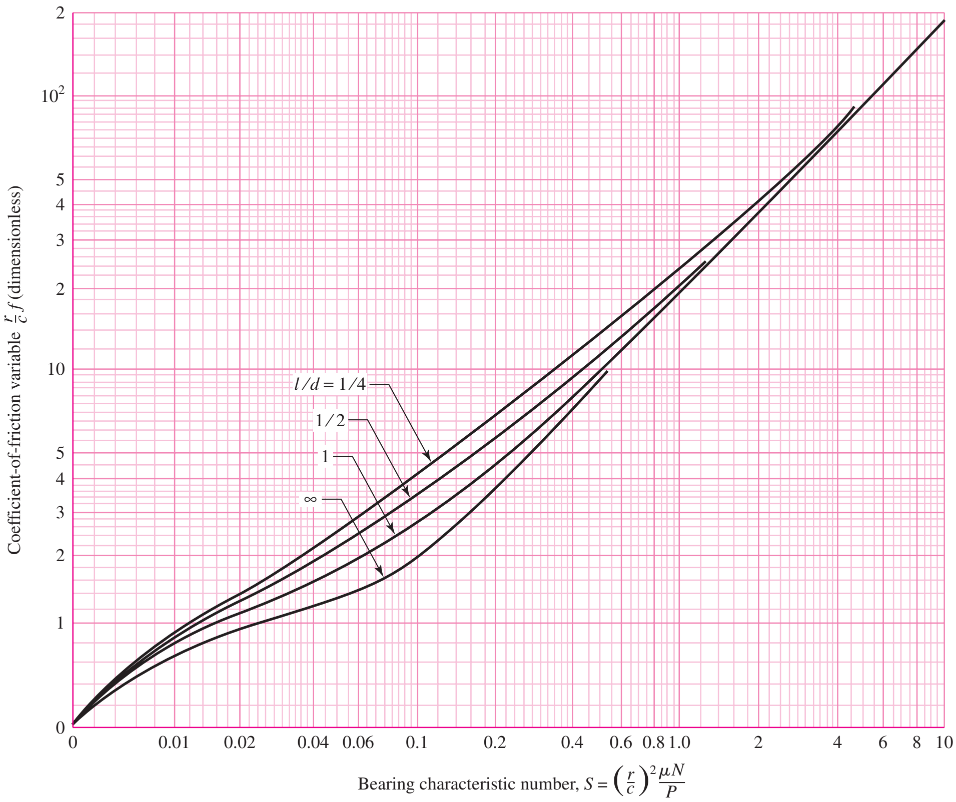


Figure 12–18

Chart for coefficient-of-friction variable; note that Petroff's equation is the asymptote. *(Raimondi and Boyd.)*

Lubricant Flow

Figures 12–19 and 12–20 are used to determine the lubricant flow and side flow.

EXAMPLE 12–3 Continuing with the parameters of Ex. 12–1, determine the total volumetric flow rate Q and the side flow rate Q_s.

Solution To estimate the lubricant flow, enter Fig. 12–19 with $S = 0.135$ and $l/d = 1$ to obtain $Q/(rcNl) = 4.28$. The total volumetric flow rate is

$$Q = 4.28rcNl = 4.28(0.75)0.0015(30)1.5 = 0.217 \text{ in}^3/\text{s}$$

From Fig. 12–20 we find the *flow ratio* $Q_s/Q = 0.655$ and Q_s is

$$Q_s = 0.655Q = 0.655(0.217) = 0.142 \text{ in}^3/\text{s}$$

Figure 12–19

Chart for flow variable.
Note: Not for pressure-fed bearings. *(Raimondi and Boyd.)*

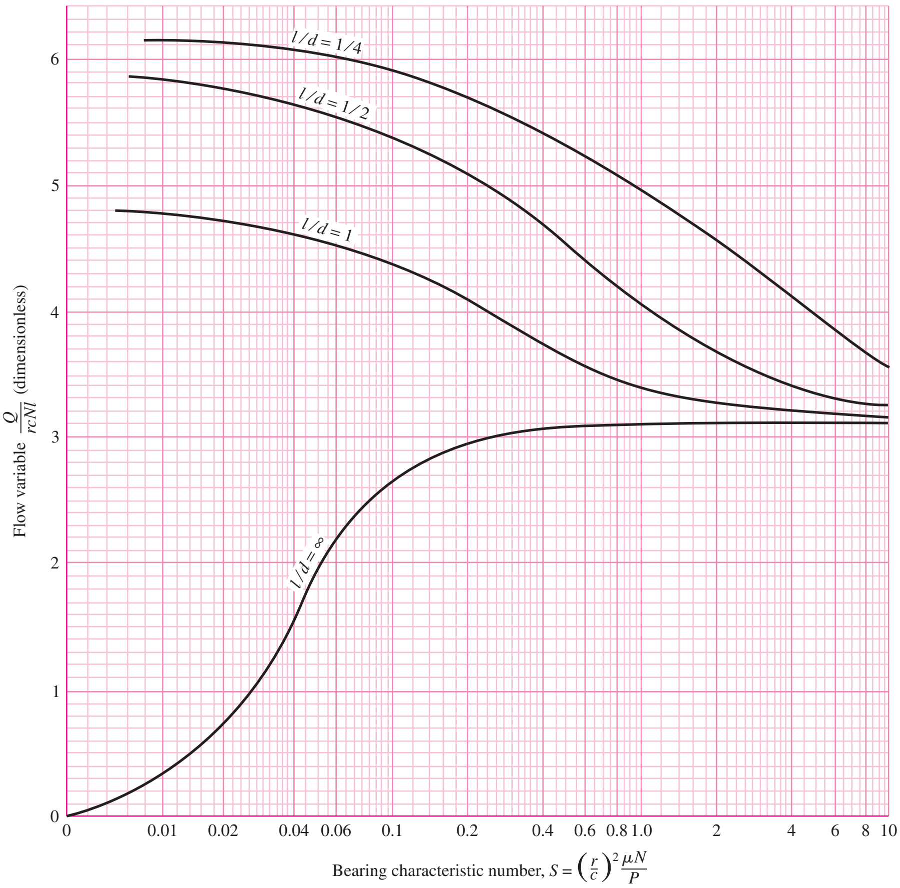


Figure 12–20

Chart for determining the ratio of side flow to total flow. *(Raimondi and Boyd.)*

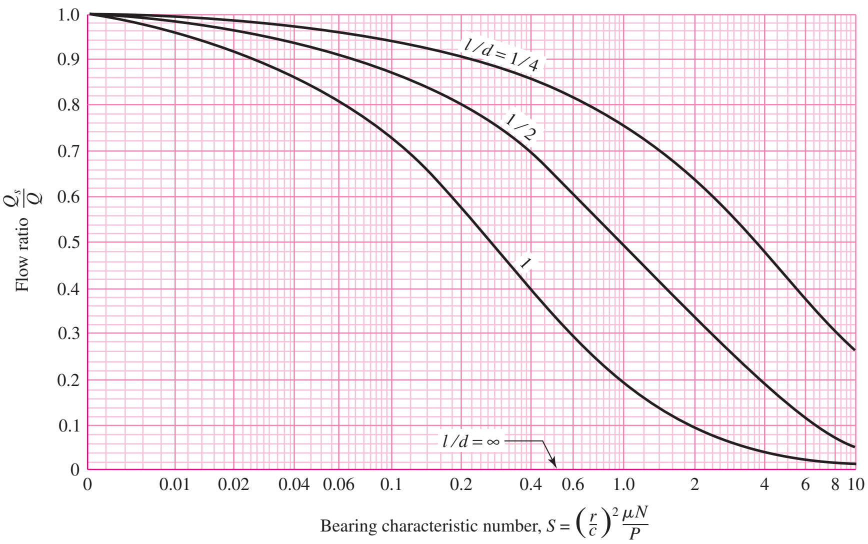
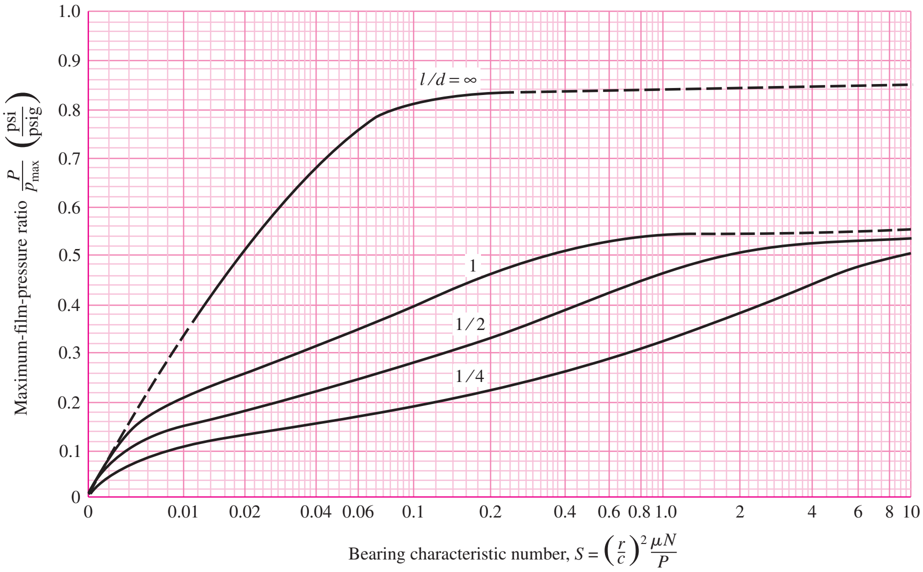


Figure 12–21

Chart for determining the maximum film pressure. *Note:* Not for pressure-fed bearings. *(Raimondi and Boyd.)*



The side leakage Q_s is from the lower part of the bearing, where the internal pressure is above atmospheric pressure. The leakage forms a fillet at the journal-bushing external junction, and it is carried by journal motion to the top of the bushing, where the internal pressure is below atmospheric pressure and the gap is much larger, to be "sucked in" and returned to the lubricant sump. That portion of side leakage that leaks away from the bearing has to be made up by adding oil to the bearing sump periodically by maintenance personnel.

Film Pressure

The maximum pressure developed in the film can be estimated by finding the pressure ratio P/p_{max} from the chart in Fig. 12–21. The locations where the terminating and maximum pressures occur, as defined in Fig 12–15, are determined from Fig. 12–22.

EXAMPLE 12–4

Using the parameters given in Ex. 12–1, determine the maximum film pressure and the locations of the maximum and terminating pressures.

Solution

Entering Fig. 12–21 with $S = 0.135$ and $l/d = 1$, we find $P/p_{max} = 0.42$. The maximum pressure p_{max} is therefore

$$p_{max} = \frac{P}{0.42} = \frac{222}{0.42} = 529 \text{ psi}$$

With $S = 0.135$ and $l/d = 1$, from Fig. 12–22, $\theta_{p_{max}} = 18.5°$ and the terminating position θ_{p_0} is 75°.

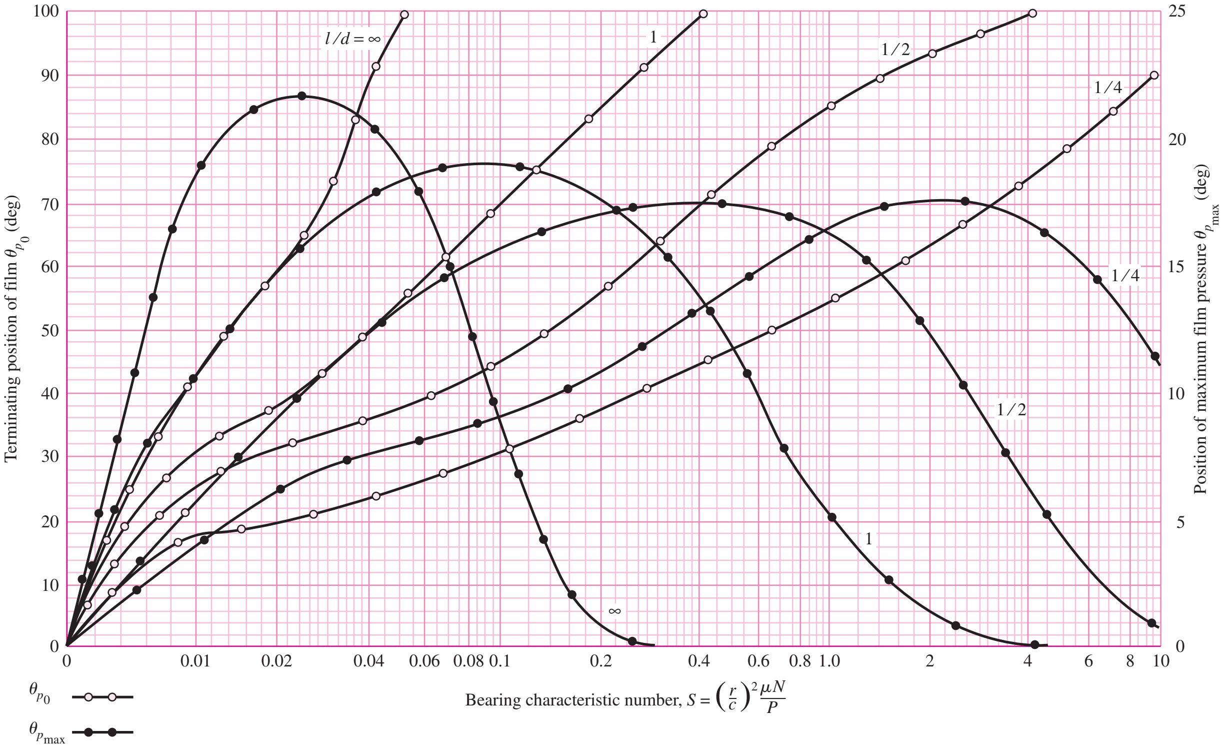


Figure 12–22

Chart for finding the terminating position of the lubricant film and the position of maximum film pressure. *(Raimondi and Boyd.)*

Examples 12–1 to 12–4 demonstrate how the Raimondi and Boyd charts are used. It should be clear that we do not have journal-bearing parametric relations as equations, but in the form of charts. Moreover, the examples were simple because the steady-state equivalent viscosity was given. We will now show how the average film temperature (and the corresponding viscosity) is found from energy considerations.

Lubricant Temperature Rise

The temperature of the lubricant rises until the rate at which work is done by the journal on the film through fluid shear is the same as the rate at which heat is transferred to the greater surroundings. The specific arrangement of the bearing plumbing affects the quantitative relationships. See Fig. 12–23. A lubricant sump (internal or external to the bearing housing) supplies lubricant at sump temperature T_s to the bearing annulus at temperature $T_s = T_1$. The lubricant passes once around the bushing and is delivered at a higher lubricant temperature $T_1 + \Delta T$ to the sump. Some of the lubricant leaks out of the bearing at a mixing-cup temperature of $T_1 + \Delta T/2$ and is returned to the sump. The sump may be a keyway-like groove in the bearing cap or a larger chamber up to half the bearing circumference. It can occupy "all" of the bearing cap of a split bearing. In such a bearing the side leakage occurs from the lower portion and is sucked back in, into the ruptured film arc. The sump could be well removed from the journal-bushing interface.

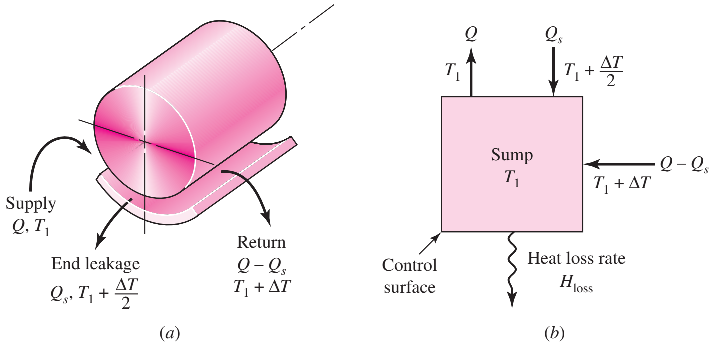


Figure 12–23

Schematic of a journal bearing with an external sump with cooling; lubricant makes one pass before returning to the sump.

Let

Q = volumetric oil-flow rate into the bearing, in^3/s

Q_s = volumetric side-flow leakage rate out of the bearing and to the sump, in^3/s

$Q - Q_s$ = volumetric oil-flow discharge from annulus to sump, in^3/s

T_1 = oil inlet temperature (equal to sump temperature T_s), °F

ΔT = temperature rise in oil between inlet and outlet, °F

ρ = lubricant density, lbm/in^3

C_p = specific heat capacity of lubricant, Btu/(lbm · °F)

J = Joulean heat equivalent, in · lbf/Btu

H = heat rate, Btu/s

Using the sump as a control region, we can write an enthalpy balance. Using T_1 as the datum temperature gives

$$H_{\text{loss}} = \rho C_p Q_s \Delta T/2 + \rho C_p (Q - Q_s)\Delta T = \rho C_p Q \Delta T \left(1 - \frac{1}{2}\frac{Q_s}{Q}\right) \tag{a}$$

The thermal energy loss at steady state H_{loss} is equal to the rate the journal does work on the film is $H_{\text{loss}} = \dot{W} = 2\pi T\,N/J$. The torque $T = fWr$, the load in terms of pressure is $W = 2Prl$, and multiplying numerator and denominator by the clearance c gives

$$H_{\text{loss}} = \frac{4\pi PrlNc}{J}\frac{rf}{c} \tag{b}$$

Equating Eqs. (a) and (b) and rearranging results in

$$\frac{J\rho C_p\,\Delta T}{4\pi P} = \frac{rf/c}{(1 - 0.5Q_s/Q)\,[Q/(rcNl)]} \tag{c}$$

For common petroleum lubricants $\rho = 0.0311$ lbm/in^3, $C_p = 0.42$ Btu/(lbm · °F), and $J = 778(12) = 9336$ in · lbf/Btu; therefore the left term of Eq. (c) is

$$\frac{J\rho C_p\,\Delta T}{4\pi P} = \frac{9336(0.0311)0.42\Delta T_F}{4\pi P_{\text{psi}}} = 9.70\frac{\Delta T_F}{P_{\text{psi}}}$$

thus

$$\frac{9.70\Delta T_F}{P_{\text{psi}}} = \frac{rf/c}{\left(1 - \frac{1}{2}Q_s/Q\right)[Q/(rcN_j l)]} \tag{12–15}$$

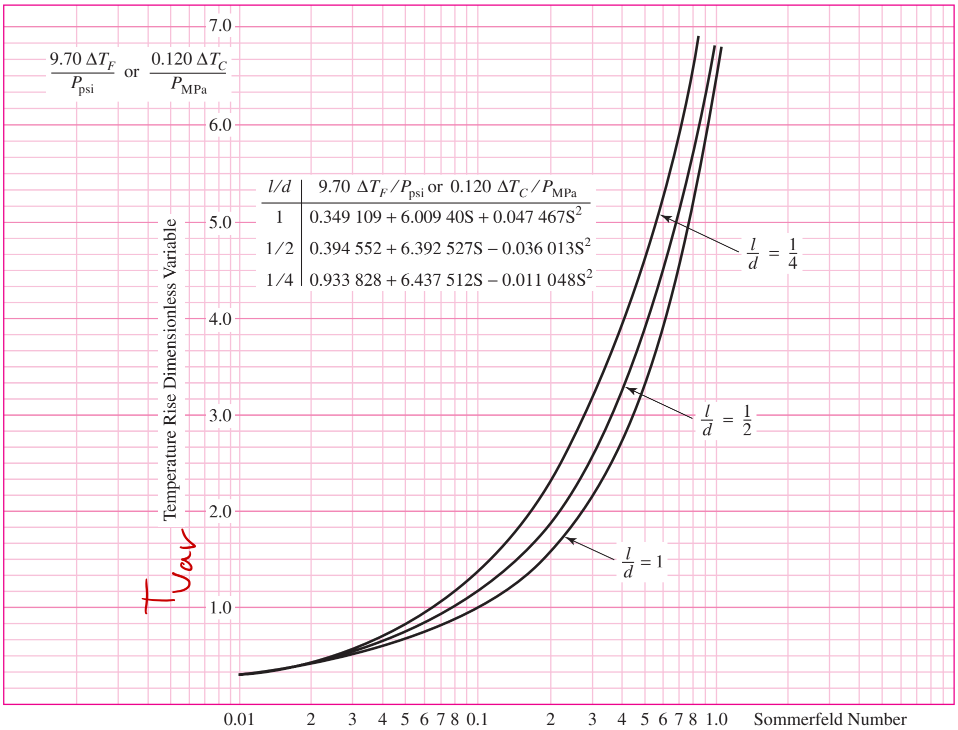


Figure 12–24

Figures 12–18, 12–19, and 12–20 combined to reduce iterative table look-up. *(Source: Chart based on work of Raimondi and Boyd boundary condition (2), i.e., no negative lubricant pressure developed. Chart is for full journal bearing using single lubricant pass, side flow emerges with temperature rise ΔT/2, thru flow emerges with temperature rise ΔT, and entire flow is supplied at datum sump temperature.)*

where ΔT_F is the temperature rise in °F and P_{psi} is the bearing pressure in psi. The right side of Eq. (12–15) can be evaluated from Figs. 12–18, 12–19, and 12–20 for various Sommerfeld numbers and l/d ratios to give Fig. 12–24. It is easy to show that the left side of Eq. (12–15) can be expressed as $0.120\Delta T_C/P_{\text{MPa}}$ where ΔT_C is expressed in °C and the pressure P_{MPa} is expressed in MPa. The ordinate in Fig. 12–24 is either $9.70\,\Delta T_F/P_{\text{psi}}$ or $0.120\Delta T_C/P_{\text{MPa}}$, which is not surprising since both are dimensionless in proper units and *identical in magnitude*. Since solutions to bearing problems involve iteration and reading many graphs can introduce errors, Fig. 12–24 reduces three graphs to one, a step in the proper direction.

Interpolation

For l/d ratios other than the ones given in the charts, Raimondi and Boyd have provided the following interpolation equation

$$y = \frac{1}{(l/d)^3}\left[-\frac{1}{8}\left(1-\frac{l}{d}\right)\left(1-2\frac{l}{d}\right)\left(1-4\frac{l}{d}\right)y_\infty + \frac{1}{3}\left(1-2\frac{l}{d}\right)\left(1-4\frac{l}{d}\right)y_1 - \frac{1}{4}\left(1-\frac{l}{d}\right)\left(1-4\frac{l}{d}\right)y_{1/2} + \frac{1}{24}\left(1-\frac{l}{d}\right)\left(1-2\frac{l}{d}\right)y_{1/4}\right] \tag{12–16}$$